

08M2 Lecture

Crew Scheduling Problems

Martin Grötschel

Beijing Block Course
“Combinatorial Optimization at Work”

September 25 – October 6, 2006



Ralf Borndörfer

- DFG-Forschungszentrum MATHEON “Mathematics for key technologies”
- Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin (ZIB)
- Löbel, Borndörfer & Weider GbR (LBW)

borndorfer@zib.de

<http://www.zib.de/borndorfer>

Outline

- Introduction
- Crew Scheduling Models
 - Freight Train Scheduling
 - Duty Scheduling in Public Transit
 - Airline Crew Scheduling
 - Telebus
- Path Covering and Set Partitioning
- Column Generation
- Results



BVG

NEWS & INFO



BVG-Atlas und mehr

BVG legt Zahlen zum Jahresabschluss 2004 vor

Andreas von Arnim: Seit 2002 stetige Verbesserung der Jahresergebnisse

Vorbehaltlich der im April 2005 zu erwartenden Feststellung des Jahresabschlusses durch den Aufsichtsrat der BVG, hat das Unternehmen - wie von den Wirtschaftsprüfern dieser Tage bestätigt - in 2004 ein um 11 Mio. EUR besseres operatives Ergebnis erzielt. Damit konnte das operative Ergebnis des Unternehmens von minus 86 Mio. EUR im Jahr 2003 um 11 Mio. EUR auf minus 75 Mio. EUR verbessert werden.

Fahrgeldeinnahmen stiegen um ca. 48 Mio. EUR

Einen Hauptbeitrag zu diesem guten Ergebnis haben fraglos die im Jahr 2004 gestiegenen Fahrgeldeinnahmen geleistet. Der erstmals erreichte Wert von knapp 470 Mio. EUR Fahrgeldeinnahmen deckt sich damit auch vollständig mit den im Jahr 1999 mit dem Senat von Berlin für das Jahr 2004 vereinbarten Kennzahlen.

Diese erfolgreiche Steigerung der Fahrgeldeinnahmen war auch deshalb dringend nötig, weil durch veränderte Bundesgesetze und Senatsentscheidungen die Zuschüsse für subventionierte Schülerverkehre und für das damalige Sozialticket (bis 2003) in 2004 um 46 Mio. EUR abgesenkt worden waren. Ohne diese Absenkung hätte das operative Ergebnis sogar nur minus 29 Mio. EUR betragen.

Die um 11% zum Vorjahr erhöhten Fahrgeldeinnahmen setzen sich wie folgt zusammen:

- 8 Mio. EUR aus gestiegenen Fahrgastzahlen; (mit der Zunahme der Beförderungen von 890 Mio. auf 906 Mio. Beförderungen konnte eine Steigerung um 1,8% erzielt werden und liegt damit deutlich über dem Bundesdurchschnitt von 1,0 %)
- die Wiedereinführung des Vordereinstiegs beim Bus; (es konnten 3,7 Mio. EUR Mehreinnahmen inkl. Reduzierung Schwarzfahrer erreicht werden)
- 27,6 Mio. EUR Mehreinnahmen ergaben sich aus den Tarifveränderungen im Jahr 2003 und im April 2004; (dieses Ergebnis konnte dank einer ausgewogenen Balance zwischen Tarifsteigerungen und gleichzeitiger Absenkung einiger Tarife erreicht werden)
- 2,3 Mio. EUR einmalige Effekte in 2004; (z.B. durch Erstattung von Monatskarten durch Sozialämter)
- 6,8 Mio. EUR sonstige Effekte; (z.B. durch den Vertrag zur Einnahmeaufteilung mit der S-Bahn Berlin GmbH und der DB Regio)

Weiteren Kostensenkungen konnten erfolgreich erzielt werden

Vielältige Kostensenkungsmaßnahmen waren erfolgreicher als im Vorjahr. So sank der operative Personalaufwand um 14 Mio. EUR von 580 auf 566 Mio. EUR auf Grund von gesunkener Anzahl Beschäftigter. Mit einem Sparten-Tarifvertrag OPNV (anstatt des BAT) wäre die Ersparnis noch um einen zweistelligen Millionenbetrag höher ausgefallen.

Auch die Sachkosten sanken um 7 Mio. EUR. Dieses Ergebnis ist bemerkenswert, da wesentliche Ersparnisse z. B. durch die stark gestiegenen Kraftstoffkosten aufgezehrt worden waren. Aber die Stromkosten konnten erfolgreich gegen den Markttrend stabil gehalten werden durch erstmaligen Einkauf des Stroms an der Börse in Leipzig. Auch die Beraterkosten wurden wiederum reduziert (fast auf die Hälfte des Vorjahresniveaus)



BVG

NEWS & INFO



BVG-Atlas und mehr

Kraftstromkosten aufgezeigt worden waren. Aber die Stromkosten konnten erfolgreich gegen den Markttrend stabil gehalten werden durch erstmaligen Einkauf des Stroms an der Börse in Leipzig. Auch die Beraterkosten wurden wiederum reduziert (fast auf die Hälfte des Vorjahresniveaus)

Dank effizienter und erfolgreicher Schwarzfahrerkontrollen, konnten trotz deutlich weniger Aufwand die Schwarzfahrerquote von 5,7 % im Jahr 2003 auf 4,6 % im Jahr 2004 um mehr als 1 % gesenkt werden.

Abfindungs- und Vorruhestandsvereinbarungen führten zu Personalabbau

Der Personalbedarf sank planmäßig von 12.900 auf 12.100 Arbeitsplätze (BVG AöR und BT; umgerechnet auf Vollbeschäftigte). Ziel ist bis Ende 2008 die Zahl von 9.800 Arbeitsplätzen zu erreichen.

- Beschäftigt waren am Jahresende 2004 13.500 Mitarbeiter und Mitarbeiterinnen (inkl. Magnet, 405 Azubi und 1300 BT) im Vergleich zu 14.100 Ende 2003;
- Die Teilzeitquote stieg auf fast 13 %;
- Im 2. Arbeitsmarkt der BVG ("Mag.net") waren Ende des Jahres 2004 690 Mitarbeiter und Mitarbeiterinnen beschäftigt (im Jahr 2003 waren es 510).
- 477 Abfindungsvereinbarungen wurden nach dem neuen Modell getroffen. Die Anzahl der Vorruhestandsvereinbarungen stieg von 1700 (Ende 2003) um weitere 250 Verträge (bis Ende 2009)

Investition in neue Busse und U-Bahnen

Die Investitionen lagen wegen der Bus- und U-Bahnbeschaffung mit 220 Mio. EUR ca. 50 Mio. EUR über dem Vorjahr. Daraus folgten leicht gestiegene Aufwendungen für Abschreibungen.

Verschuldung wuchs erstmals mit weniger als 100 Mio. EUR

Die Verschuldung wuchs erstmals seit Jahren um weniger als 100 Mio. EUR auf 1,08 Mrd. EUR. Trotz der ausgebliebenen Effekte des schon für 2004 erhofften Sparten-Tarifvertrags, waren hier neben den gestiegenen Einnahmen auch die eingegangenen Zahlungen bis dahin aufgelaufener Zuwendungen des Landes Berlin ursächlich. Hervorzuheben ist dabei, dass erstmals seit Jahren auch ein positiver Cash Flow aus laufender Geschäftstätigkeit erreicht wird. So wurde in Summe mehr Geld eingenommen als für das laufende Geschäft ausgegeben wurde.

Fazit von Andreas v. Arnim: "Alle kaufmännischen Kennzahlen weisen nunmehr schon im zweiten Jahr in Folge deutliche Verbesserungen auf sowohl gegenüber dem Vorjahr und meist auch gegenüber den Planwerten. Die wirtschaftliche Sanierung schreitet spürbar voran, und zwar mit der ganz großen Mehrheit der Fahrgäste und Beschäftigten und nicht etwa auf ihrem Rücken. Somit wird der noch zu gehende Weg sichtbar und plausibel für eine marktorientierte Direktvergabe der Verkehrsleistungen ab 2008 an eine dann operativ wettbewerbsfähige BVG mit ihren Partnern. Ein gutes Signal auch für das Land Berlin und alle Beteiligten an den Verhandlungen für den Tarifvertrag."



Leuthardt Survey

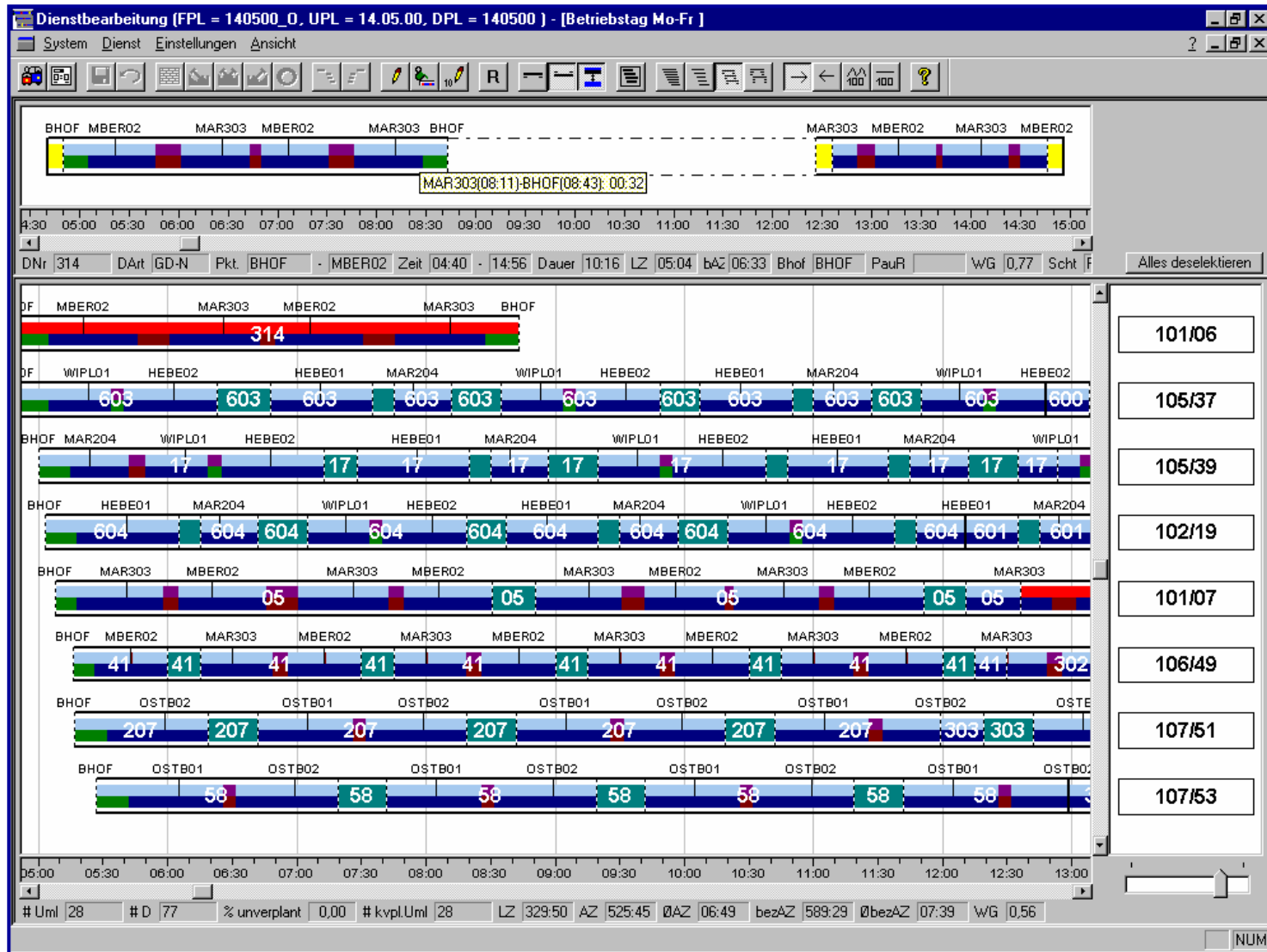
(Leuthardt 1998, Kostenstrukturen von Stadt-, Überland- und Reisebussen, DER NAHVERKEHR 6/98, pp. 19-23.)

<i>bus costs (DM)</i>	<i>urban</i>	<i>%</i>	<i>regional</i>	<i>%</i>
crew	349,600	73.5	195,000	67.5
depreciation	35,400	7.4	30,000	10.4
calc. interest	15,300	3.2	12,900	4.5
materials	14,000	2.9	10,000	3.5
fuel	22,200	4.7	18,000	6.2
repairs	5,000	1.0	5,000	1.7
other	34,000	7.1	18,000	7.2
total	475,500	100.0	288,900	100.0



A Duty Scheduling System

(Microbus 2 by IVU Traffic Technologies AG)



USA TODAY Classifieds: [Cars](#) [Jobs](#) [Dating](#) [eHarmony.com](#) [Shopping](#) [Marketplace](#)

Search Travel: Enter a keyword and/or DESTINATION GO Powered by **YAHOO!**

SMARTER TRIPS START HERE [TRAVEL HOME](#) [DESTINATIONS](#) [HOTELS](#) [FLIGHTS](#) [DEALS](#)

• [E-MAIL THIS](#) • [PRINT THIS](#) • [SAVE THIS](#) • [MOST POPULAR](#) • [SUBSCRIBE](#) • [REPRINTS & PERMISSIONS](#)

Posted 9/14/2005 4:57 PM Updated 9/15/2005 11:22 AM

Delta, Northwest file Chapter 11

By Marilyn Adams and Dan Reed, USA TODAY

In a historic move, Delta and Northwest airlines — saddled by high jet-fuel and labor costs and huge debts — filed for bankruptcy protection Wednesday.

The twin filings in U.S. Bankruptcy Court in New York put four of the seven largest U.S. airlines — Delta, Northwest, United and US Airways — in Chapter 11 at once, an unprecedented level of misery for the industry. **(Story: [Difficult times have battered airline industry](#))**

About 51% of the flying capacity of the USA's top 12 airlines is now operating under bankruptcy protection.

Both carriers will continue flying in reorganization and plan no immediate changes to their schedules, cities served, fares or frequent-flier plans.

But their operations will shrink. While further job losses are expected, neither would predict the number who will be laid off. **(Q&A: [How travelers with tickets might be affected](#))**

Delta CEO Gerald Grinstein said in an interview that "everyone at Delta is going to have to make sacrifices." He said none of Delta's senior officers will receive performance bonuses or retention bonuses in 2005.

He also said pay cuts for the workforce will be announced in coming weeks. Delta has asked its pilots union for a new round of contract concessions.

Northwest CEO Doug Steenland said the airline "must significantly lower its costs to compete" with both fast-growing, low-cost carriers and its traditional rivals that have used Chapter 11 to reduce their costs.

Northwest's recent efforts to restructure its costs were thwarted by soaring jet-fuel costs after Hurricane Katrina crippled gulf oil production.

The airline's jet-fuel bill this year will be about \$3.3 billion, he said, up from \$2.2 billion last year and \$1.6 billion in 2003.

STOCKS AND FUNDS at USATODAY.com

Create a free stock or fund portfolio



- Do you need a way to track your stocks or mutual funds? Set up a free portfolio on USATODAY.com. Get minute-to-minute prices, charts, insider trading and more. [Click here to get started.](#)
- [See the 50 stocks that appear most in USATODAY.com reader portfolios](#)
- [Sector Watch: Weekly look at the stock market's performance](#)

Ask Matt about stocks



- Got a question about the stock market or a specific stock? USA TODAY financial markets reporter Matt Krantz answers a new question every week day at [money.usatoday.com](#). Scroll down to find Ask Matt.
- [Ask Matt your question.](#)

Today's Top Travel Stories

- [JetBlue looks for space with Embraer 190](#) - 10:43 AM
- [Sumo champions wrestle with excesses of Las Vegas](#) - 10:41 AM
- [Feeling hot, hot, hot](#) - 10:40 AM
- [For jokes about airport, NBC anchor offers joking apologies](#) - 10:25 AM
- [Delta warns of threat to pensions](#) - 9:49 AM

[Add USATODAY.com RSS feeds](#) [XML](#)

E-Mail Newsletters

Sign up to receive our free **Travel e-newsletter** and get the best travel news, deals & features in your inbox.

COST OF DOING BUSINESS

Carrier cost per available seat mile (in cents per mile):

	Q2 2005	Rank	Q2 2001	Rank
Northwest	11.42	1st	9.55	5th
Delta	10.66	2nd	10.49	4th
US Airways	10.59	3rd	12.13	1st
United	10.50	4th	11.20	2nd
American	10.03	5th	10.98	3rd
Continental	9.92	6th	9.41	6th
America West	8.58	7th	9.13	7th
Southwest	7.8	8th	7.68	8th

Source: USA TODAY research

WHERE THEY STAND

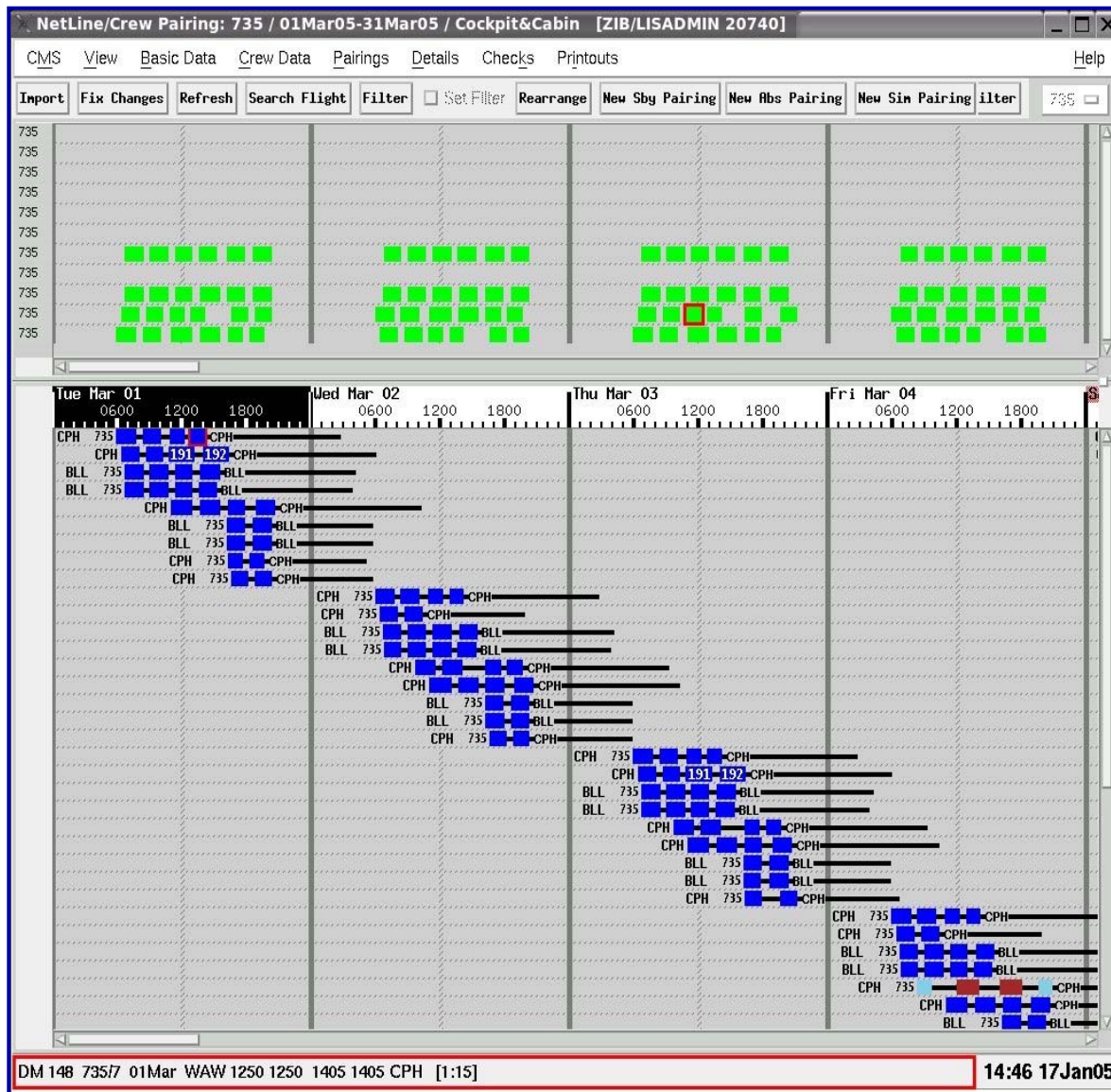
Major airlines and their bankruptcy protection status:

Airlines	2004 available seat miles (billions)	% of total	Previous Chap. 11	Current Chapter 11
American	174	17.4%		
United	145	14.6%		Yes
Delta	130	13.0%		Yes
Northwest	92	9.2%		Yes
Continental	82	8.2%	Yes	
Southwest	77	7.7%		
US Airways	54	5.4%	Yes	Yes
America West	30	3.0%	Yes	
Alaska	22	2.2%		
ATA	21	2.1%		Yes
JetBlue	19	1.9%		
AirTran	12	1.2%		
Total		86%	3	5

Source: AirlineForecasts.com

A Crew Scheduling System

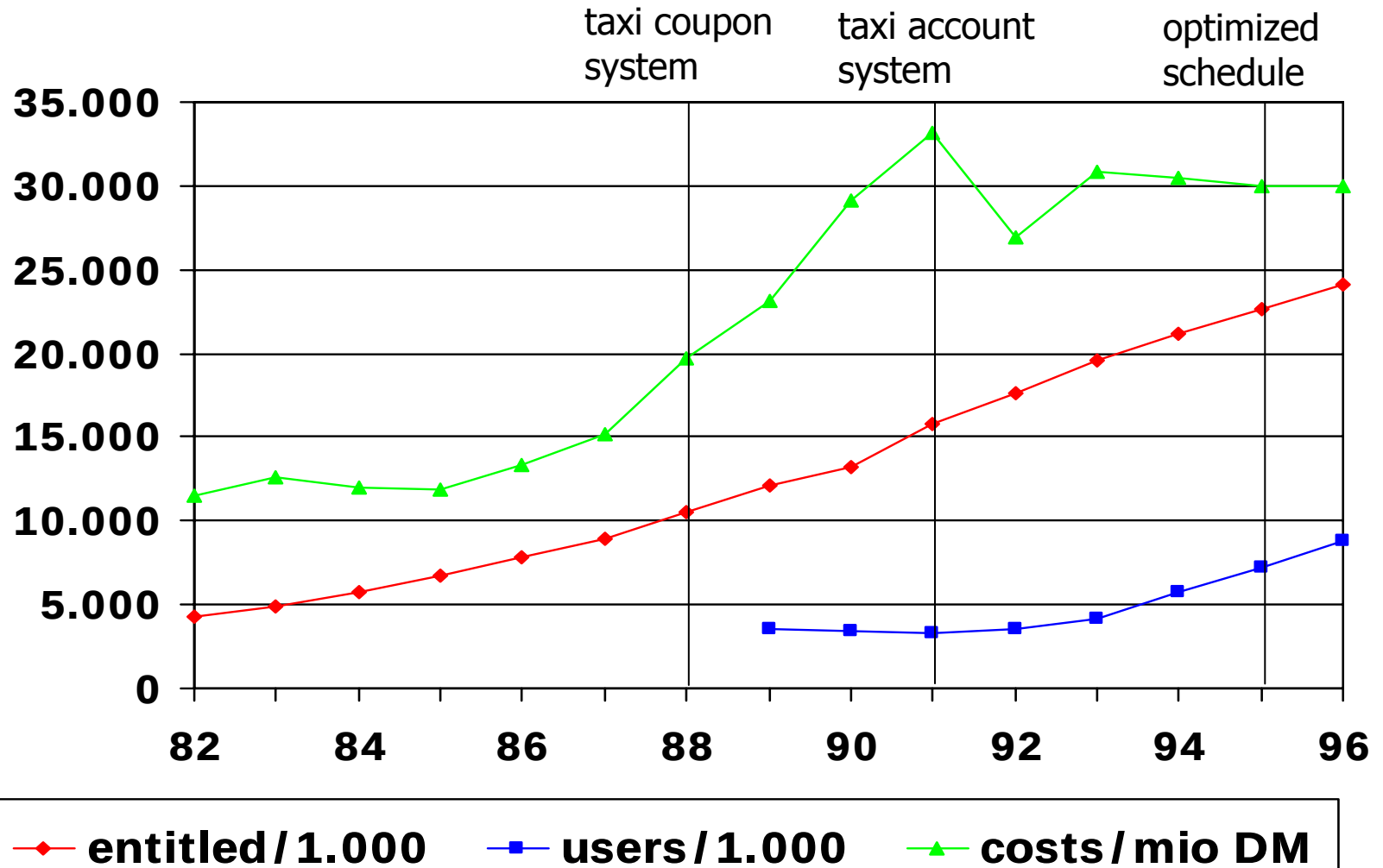
(NetLine/Crew by Lufthansa Systems Berlin GmbH)



Telebus

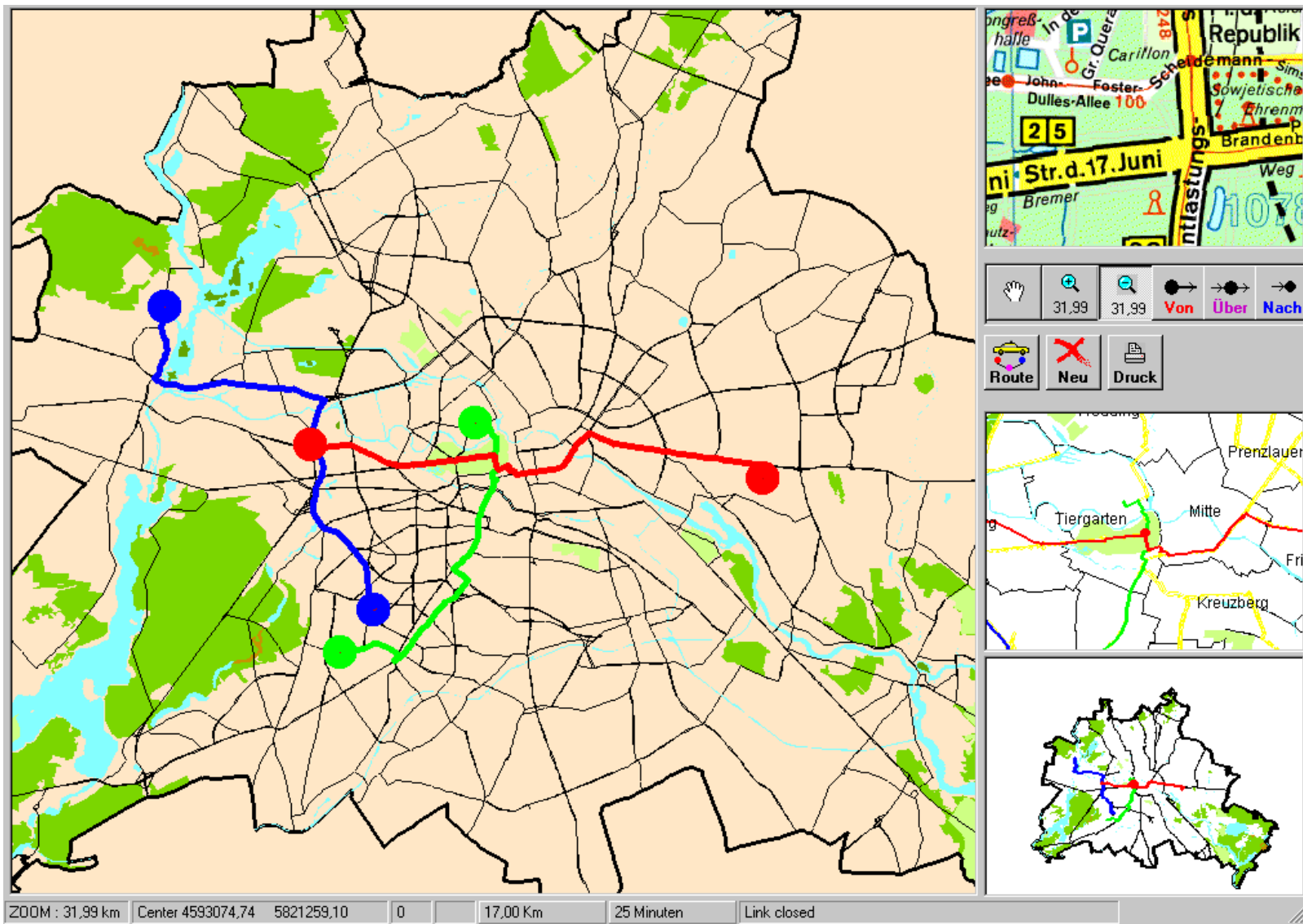


History



Tour Scheduling System

(IntraCity by IntraNetz GmbH)



Outline

- Introduction
- Crew Scheduling Models
 - Freight Train Scheduling
 - Duty Scheduling in Public Transit
 - Airline Crew Scheduling
 - Telebus
- Path Covering and Set Partitioning
- Column Generation
- Results



A MODEL FOR THE OPTIMAL PROGRAMMING OF RAILWAY FREIGHT TRAIN MOVEMENTS*

A. CHARNES AND M. H. MILLER
Purdue University and Carnegie Institute of Technology

1. Introduction

The area of railroad scheduling and associated problems offers a potentially fruitful field for research in management science. The mass of data; the need for considering numerous aspects of the problem simultaneously; and the variety of restrictions (arising from the technology, labor agreements and government regulation) make the control of day to day operations a management problem of great complexity. The problems at this level are further compounded by the need for developing, at the same time, methods for planning and evaluating major changes in facilities. Such methods, if they are to be effective, must be capable of tracing out the implications of these changes on the day to day operation and appraising the results in the light of the long-run objectives of the railroad.

This paper is an account of an attempt to apply certain techniques of management science to some of these scheduling problems as they were found to exist on a large terminal switching railroad.¹ The special characteristics of switching railroads have left their imprint. The basic models and routines, should, however, with suitable modifications, be directly applicable to various types of problems in trunkline railways as well as to other areas, such as to airline scheduling. More fundamentally, the train-scheduling problem will be seen to possess certain striking structural features which may merit its inclusion among the basic model types of linear programming.² The background necessary for an understanding

* The research underlying this paper was supported, in part, by a grant to the Graduate School of Industrial Administration, Carnegie Institute of Technology by the Westinghouse Air Brake Corp. for fundamental research on problems of the transportation industries and in part by the Office of Naval Research.

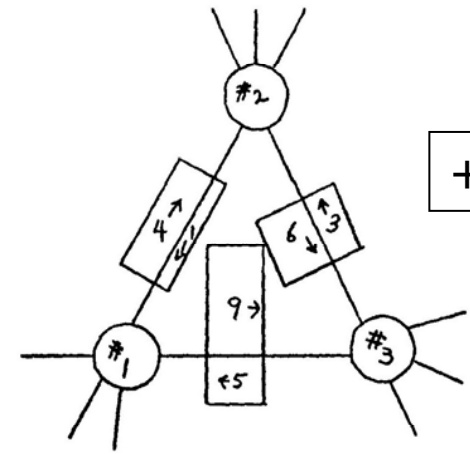
The authors wish to acknowledge the many contributions made to the study by their colleague, W. W. Cooper; and by their co-workers at the railroad which served as the focus of the study, Messrs. John Cunningham, Robert Lake, Harold Soyter and Glenn Squibb. We also wish to thank Miss Suzanne Levin, Mr. Kenneth Kretschmer and Mr. Richard Poulin for assistance and advice on the computations during the research phase of the project; and the other members of the Westinghouse Air Brake Project, Messrs. Frank Brown, Edwin Mansfield and Harold Wein for many helpful suggestions made throughout the course of the investigation.

¹ In 1952, there were some 230 companies classified as terminal railroads with roughly 7500 miles of track and a total investment in railway property of over \$1 billion [8]. Total revenues from handling some 20 million freight cars were in excess of 250 million dollars. These figures are conservative. They understate considerably the size of the terminal switching operation since they do not include the essentially similar services undertaken directly by the trunklines and consolidated in their regular accounts.

² For a discussion of L.P. model types and their significance for management science: See A. Charnes and W. W. Cooper [1].

TABLE 1
Structural tableau of train-scheduling model

$c_j \rightarrow$			1.0	1.0	1.0	1.2	1.2	0	0	0	0	0	0	M	M	M	M	M	M
From	To	Ship-ment Requirements	Routes					Surplus Vectors (light moves)						Artificial Vectors (legs)					
			1,2	1,3	2,3	1,2,3	1,3,2	1-2	2-1	1-3	3-1	2-3	3-2	1-2	2-1	1-3	3-1	2-3	3-2
			P_4	P_1	P_3	P_5	P_6	P_8	P_7	P_9	P_9	P_{10}	P_{11}	P_{12}	P_{13}	P_{14}	P_{15}	P_{16}	P_{17}
1	2	4	1			1		-1						1					
2	1	1	1				1		-1						1				
1	3	9		1						-1						1			
3	1	5		1		1					-1						1		
2	3	6			1	1						-1					1		
3	2	3			1		1						-1					1	



+ rules

CHART 1. Simplified map of terminal switching railroad, showing connections with trunklines, major interchange and customer yard areas, and traffic requirements (in train-loads) between major points.

postponed until the description of the model and the computational routine has been completed.

Above the routes, in the row labeled c_j , are entered the costs of assigning a single crew and engine package to the route in question. These costs may be stated either as the standard crew and engine expense, or as the expected costs reflecting the fact that on longer runs there is a greater probability of running into overtime. We constructed working models both ways and found, that optimal programs were not particularly sensitive to variations in the cost of crews. In fact, it was usually possible to simplify the calculation by minimizing the number of crews, that is treating the cost of each crew as 1.

P_4 to P_{11} in the tableau are overfulfillment slack vectors. In the train scheduling context they correspond to "light moves", or trips by a crew and engine without cars. If, for example, four crews should be assigned to the route P_1 —which runs

TABLE 1
Structural tableau of train-scheduling model

$c_i \rightarrow$			1.0	1.0	1.0	1.2	1.2	0	0	0	0	0	0	M	M	M	M	M	M
From	To	Ship- ment Require- ments	Routes					Surplus Vectors (light moves)					Artificial Vectors (legs)						
			1,2	1,3	2,3	1,2,3	1,3,2	1-2	2-1	1-3	3-1	2-3	3-2	1-2	2-1	1-3	3-1	2-3	3-2
			P_4	P_1	P_2	P_3	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}	P_{12}	P_{13}	P_{14}	P_{15}	P_{16}	P_{17}
1	2	4	1			1		-1						1					
2	1	1	1				1		-1						1				
1	3	9		1						-1						1			
3	1	5		1			1				-1						1		
2	3	6			1		1					-1						1	
3	2	3			1		1						-1						1

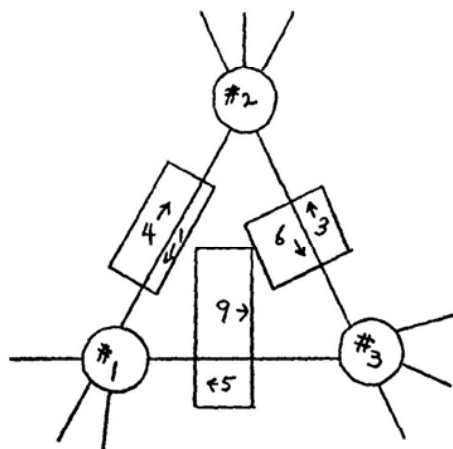


CHART 1. Simplified map of terminal switching railroad, showing connections with trunklines, major interchange and customer yard areas, and traffic requirements (in trainloads) between major points.

postponed until the description of the model and the computational routine has been completed.

Above the routes, in the row labeled c_i , are entered the costs of assigning a single crew and engine package to the route in question. These costs may be stated either as the standard crew and engine expense, or as the expected costs reflecting the fact that on longer runs there is a greater probability of running into overtime. We constructed working models both ways and found, that optimal programs were not particularly sensitive to variations in the cost of crews. In fact, it was usually possible to simplify the calculation by minimizing the number of crews, that is treating the cost of each crew as 1.

P_6 to P_{11} in the tableau are overfulfillment slack vectors. In the train scheduling context they correspond to "light moves", or trips by a crew and engine without cars. If, for example, four crews should be assigned to the route P_1 —which runs

from 1 to 2 and back—so as to meet exactly the requirement of four trips on leg 1 → 2, then there will necessarily result three light moves on the return leg 2 → 1, since there is only one trainload to be moved in this direction. Like ordinary slack vectors, the light moves are unit vectors with a cost of zero. But unlike ordinary slack vectors, the coefficients of light-move vectors are all -1 rather than +1. Since, in a linear programming formulation the variables are not permitted to take on negative values, the fact that the light move vectors are in the negative orthant means that they cannot serve as the basis set for initiating a simplex calculation. To obtain such a basis it is necessary to introduce the artificial unit vectors P_{11} through P_{16} . In terms of the railway operation they would represent one-way routes or the disjointed legs of feasible whole routes. Since no such one-way routings or partial routes can actually be scheduled under the conditions of the problem the eventual elimination of such routes from the basis is guaranteed by assigning them the prohibitively large cost indicated by the letter M in the c_i row. [See [2]] Although the artificial vectors do not represent feasible routing choices for the scheduler they do play a key role in the formulation by virtue of the fact that any feasible route can be expressed as a simple sum of the leg vectors composing it. Route 1, 2 for example, can be expressed as:

$$P_1 = P_{12} + P_{13}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

and so on.

The structure shown in Table 1 can be translated into equation form by moving a row of λ 's, one for each column, up through the rows and inserting the equal sign to the right of the P_0 column. The first two equations, for example, would be:

$$4 = 1\lambda_1 + 1\lambda_4 - 1\lambda_6 + 1\lambda_{12}$$

$$1 = 1\lambda_1 + 1\lambda_6 - 1\lambda_7 + 1\lambda_{12}$$

With the addition of the variables, the problem has been reduced to a standard simplex problem of the form:

$$\text{Min. } \sum_{i=1}^n \lambda_i c_i$$

subject to:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i P_i = P_0$$

$$\lambda_i \geq 0$$

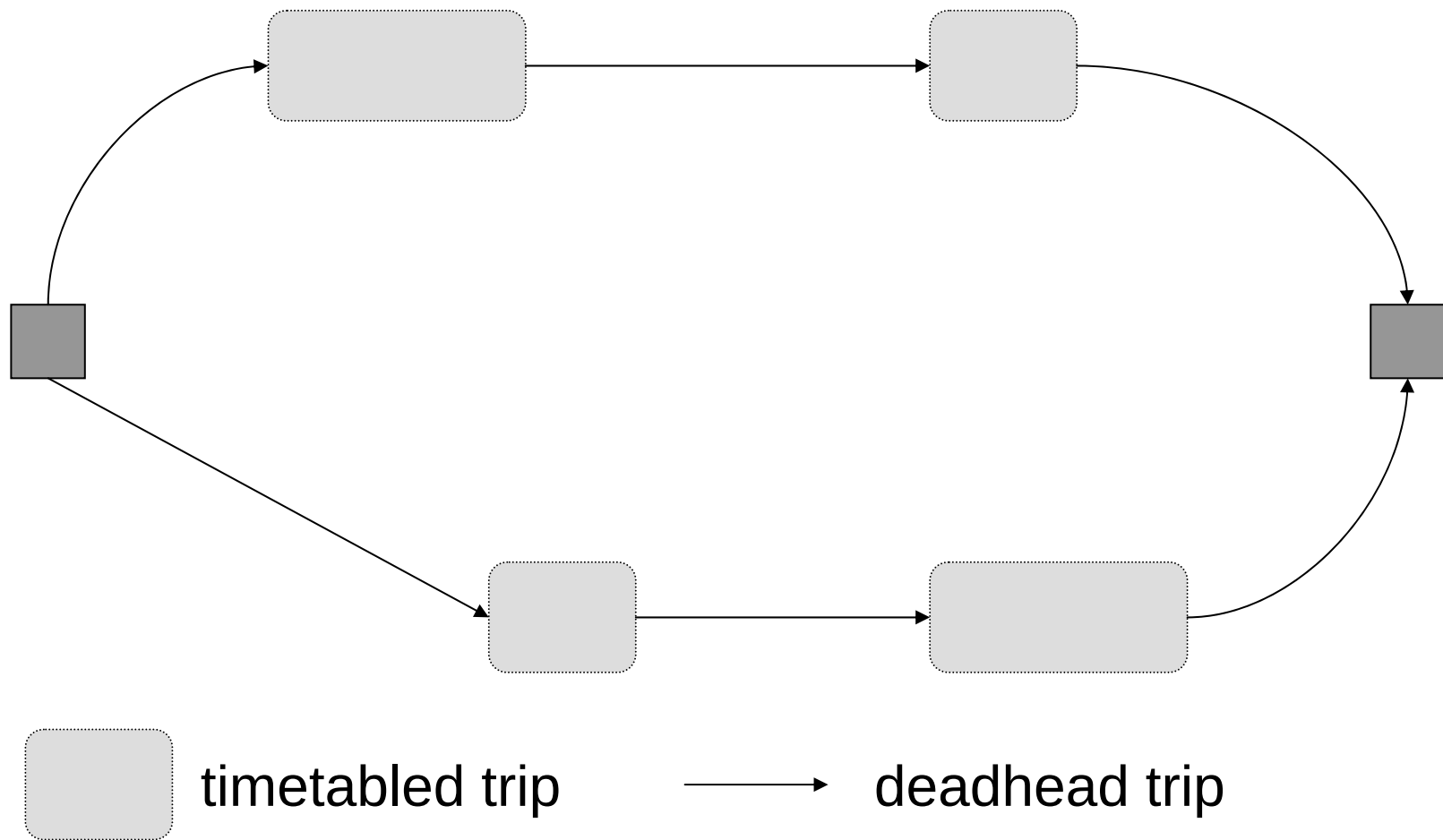
and can be solved by the simplex technique.

Outline

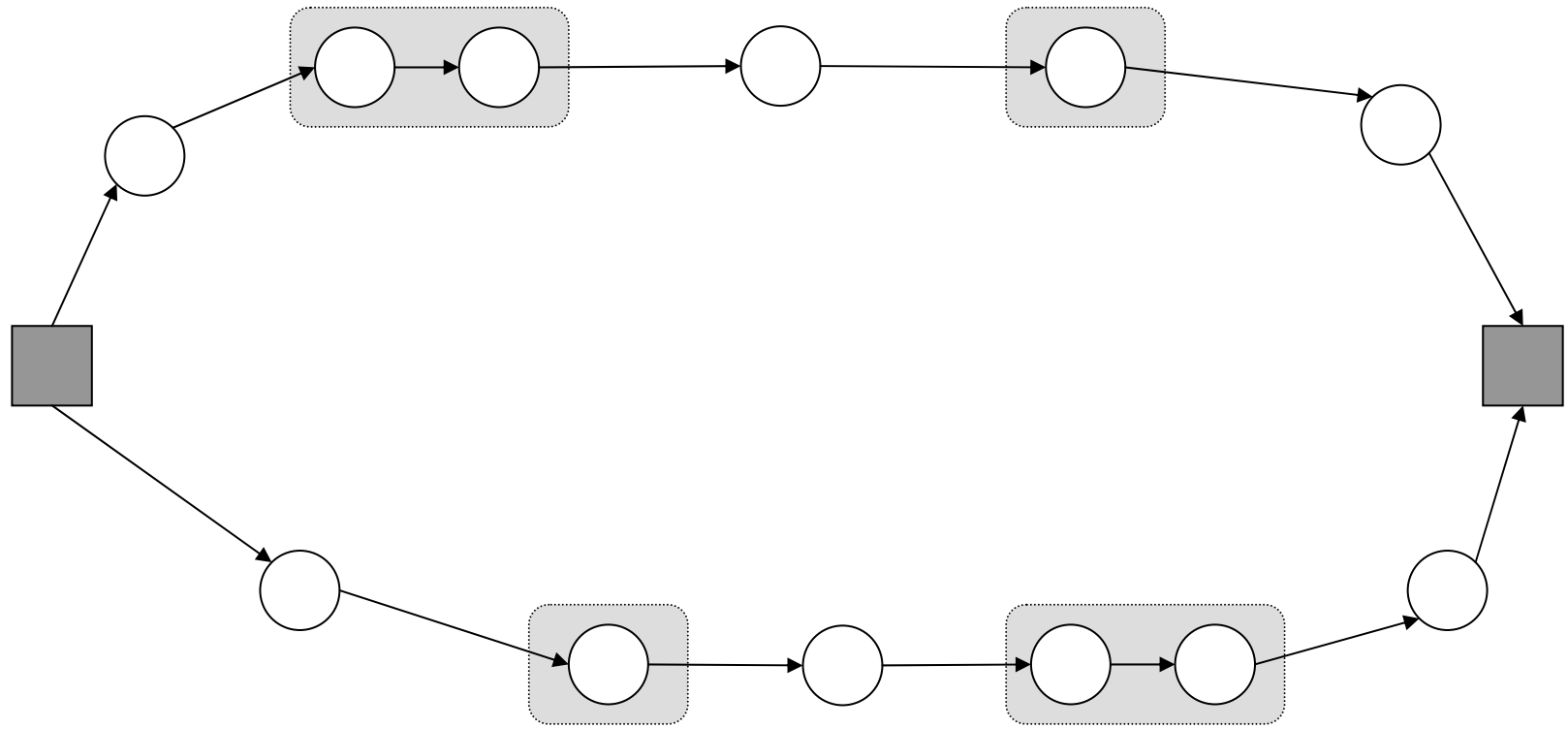
- Introduction
- Crew Scheduling Models
 - Freight Train Scheduling
 - Duty Scheduling in Public Transit
 - Airline Crew Scheduling
 - Telebus
- Path Covering and Set Partitioning
- Column Generation
- Results



Graph Theoretic Model



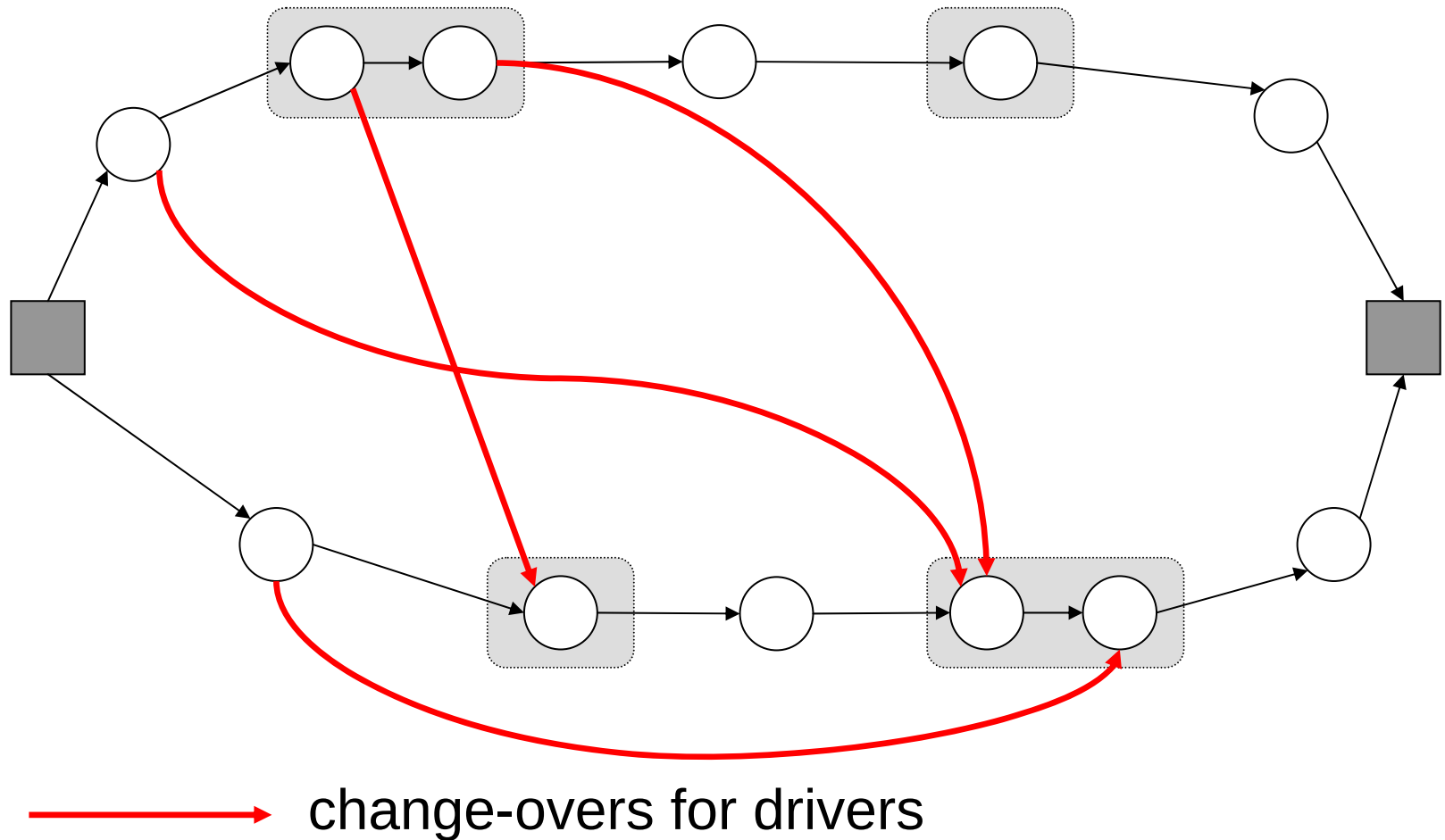
Graph Theoretic Model



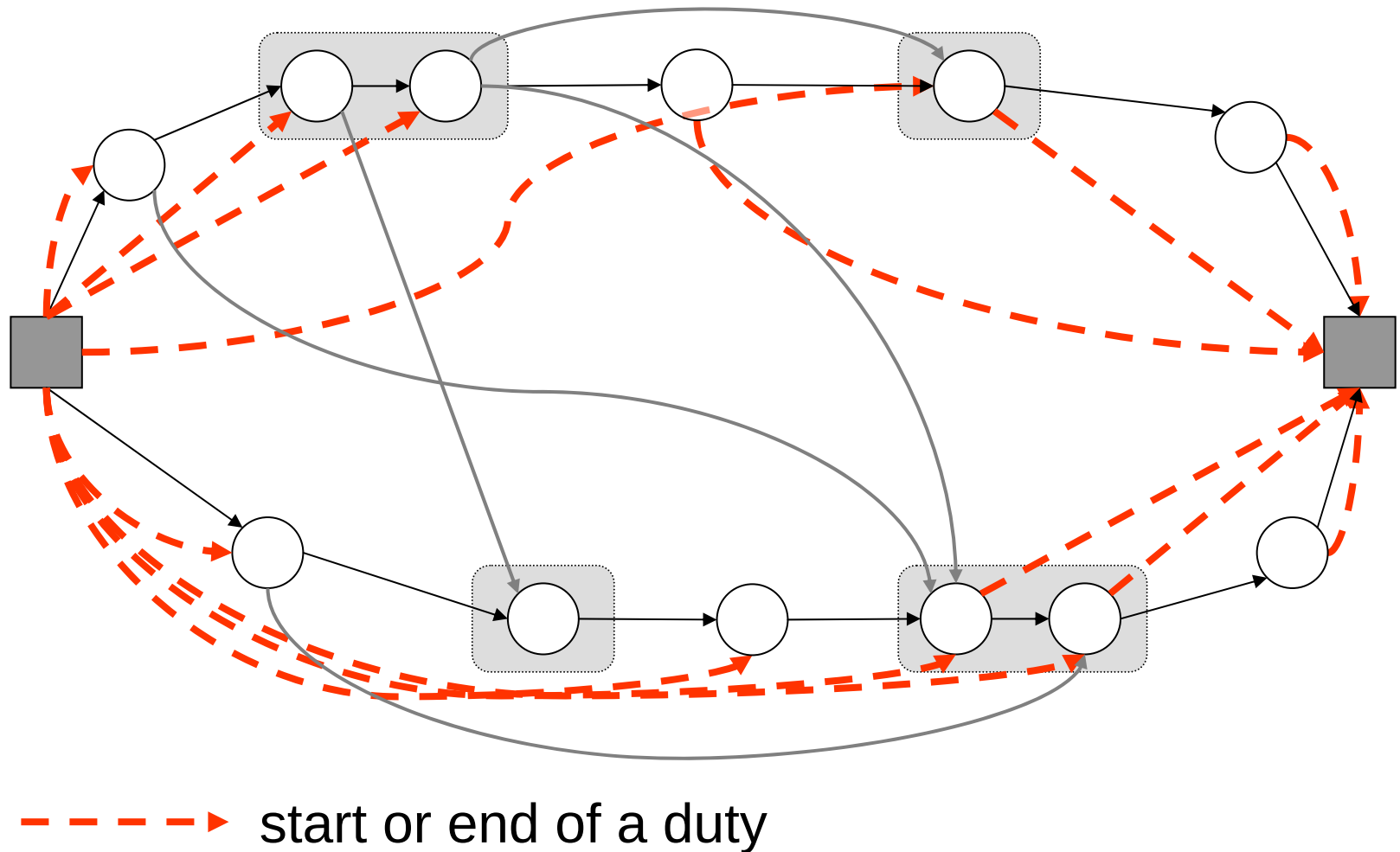
○ task of a duty



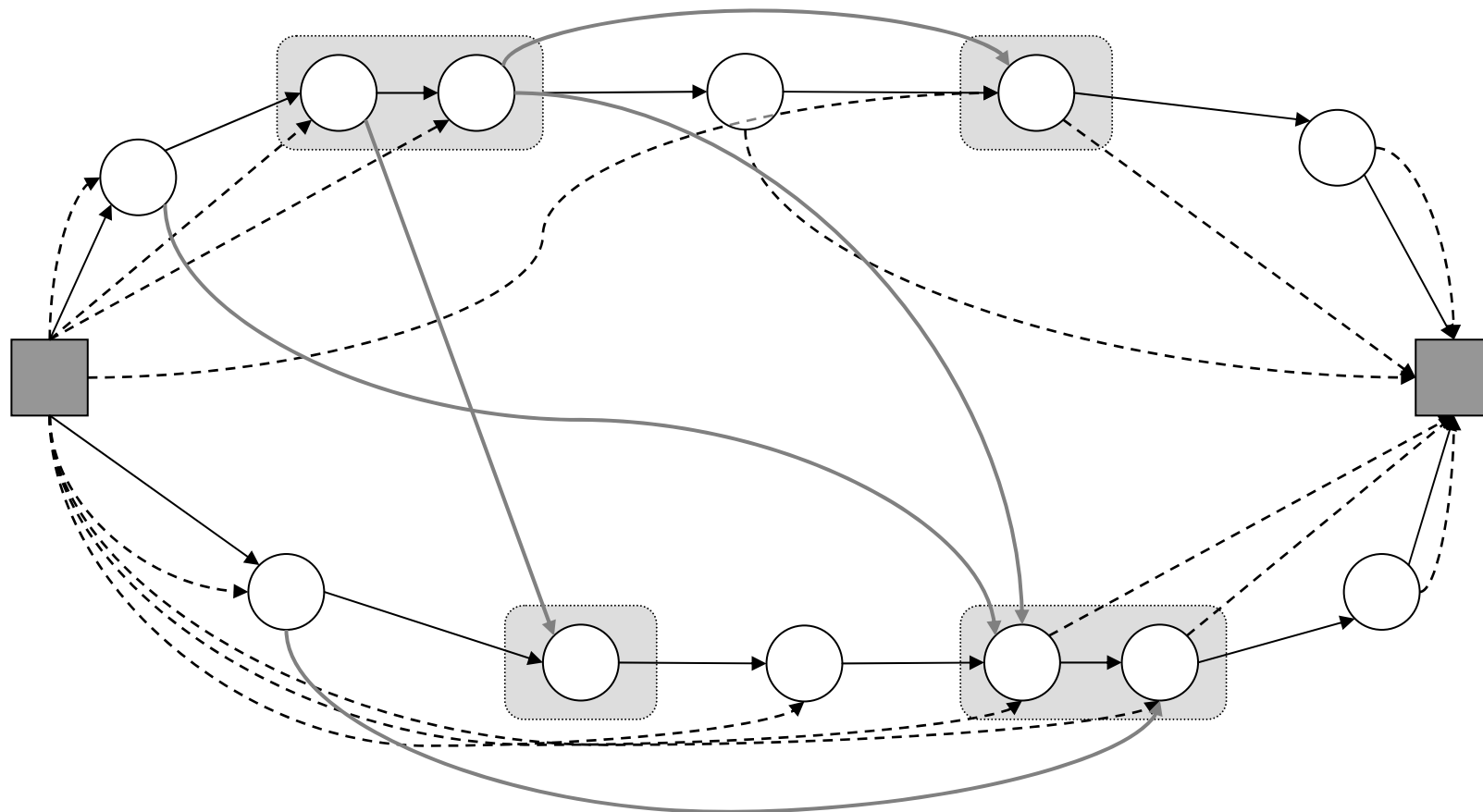
Graph Theoretic Model



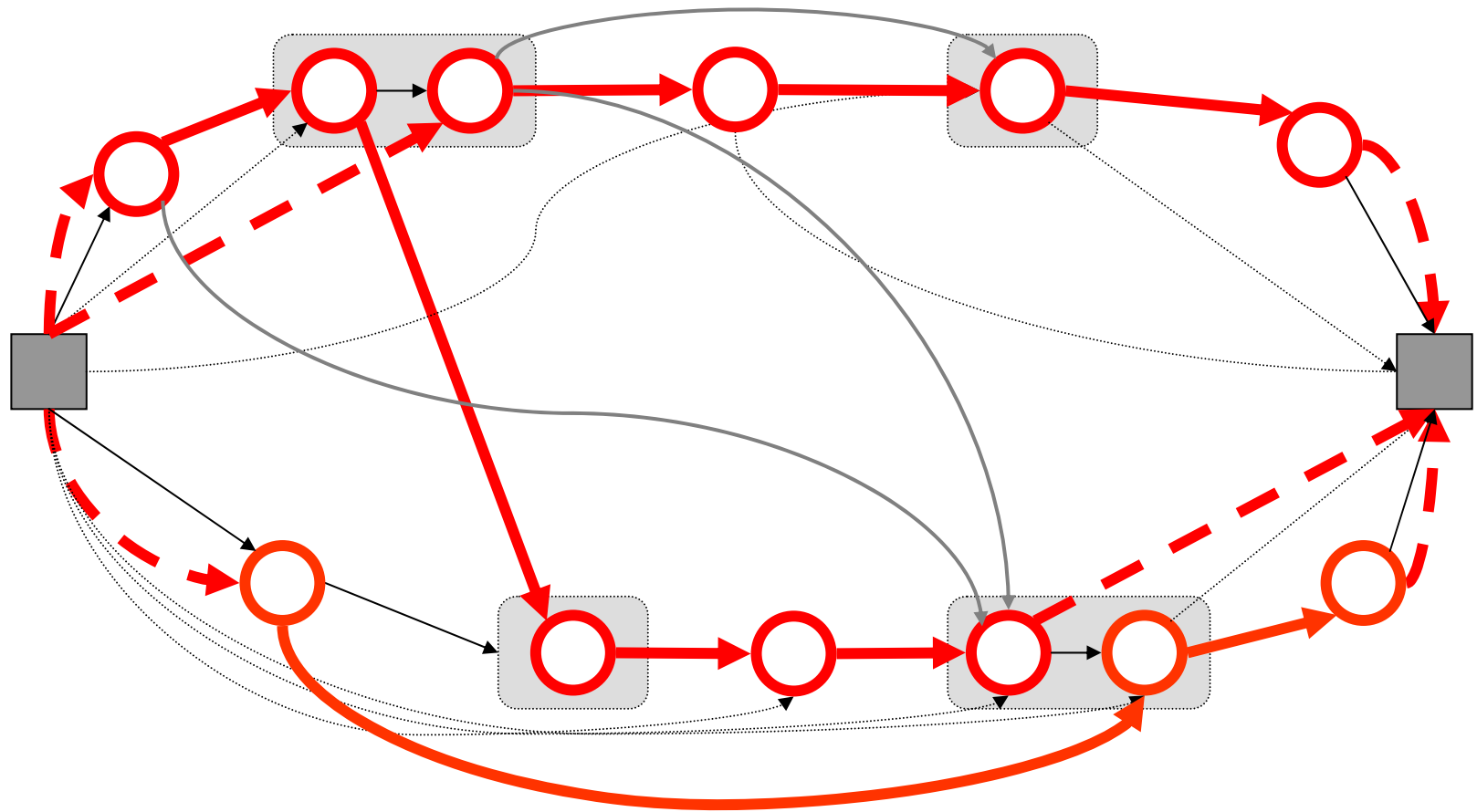
Graph Theoretic Model

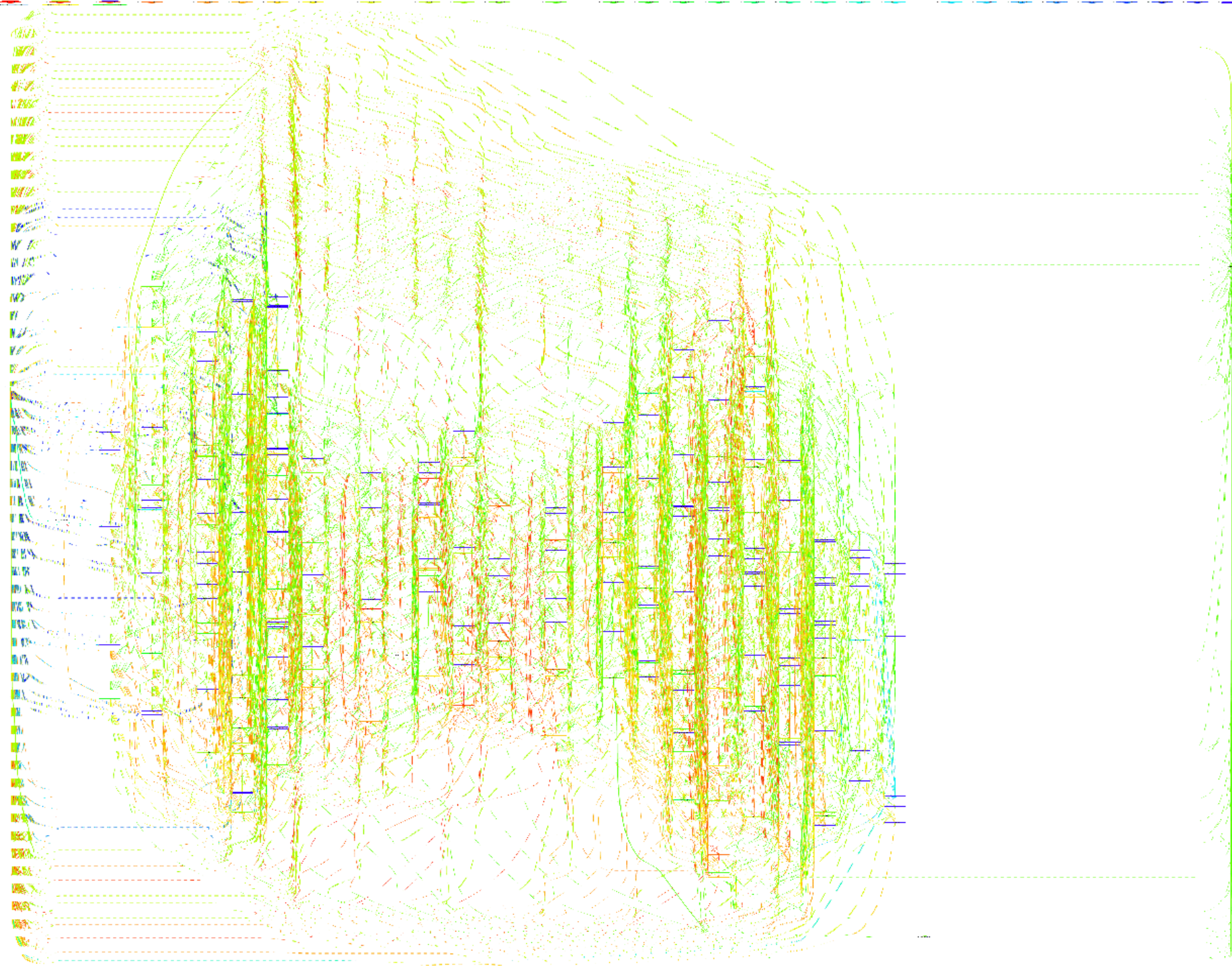


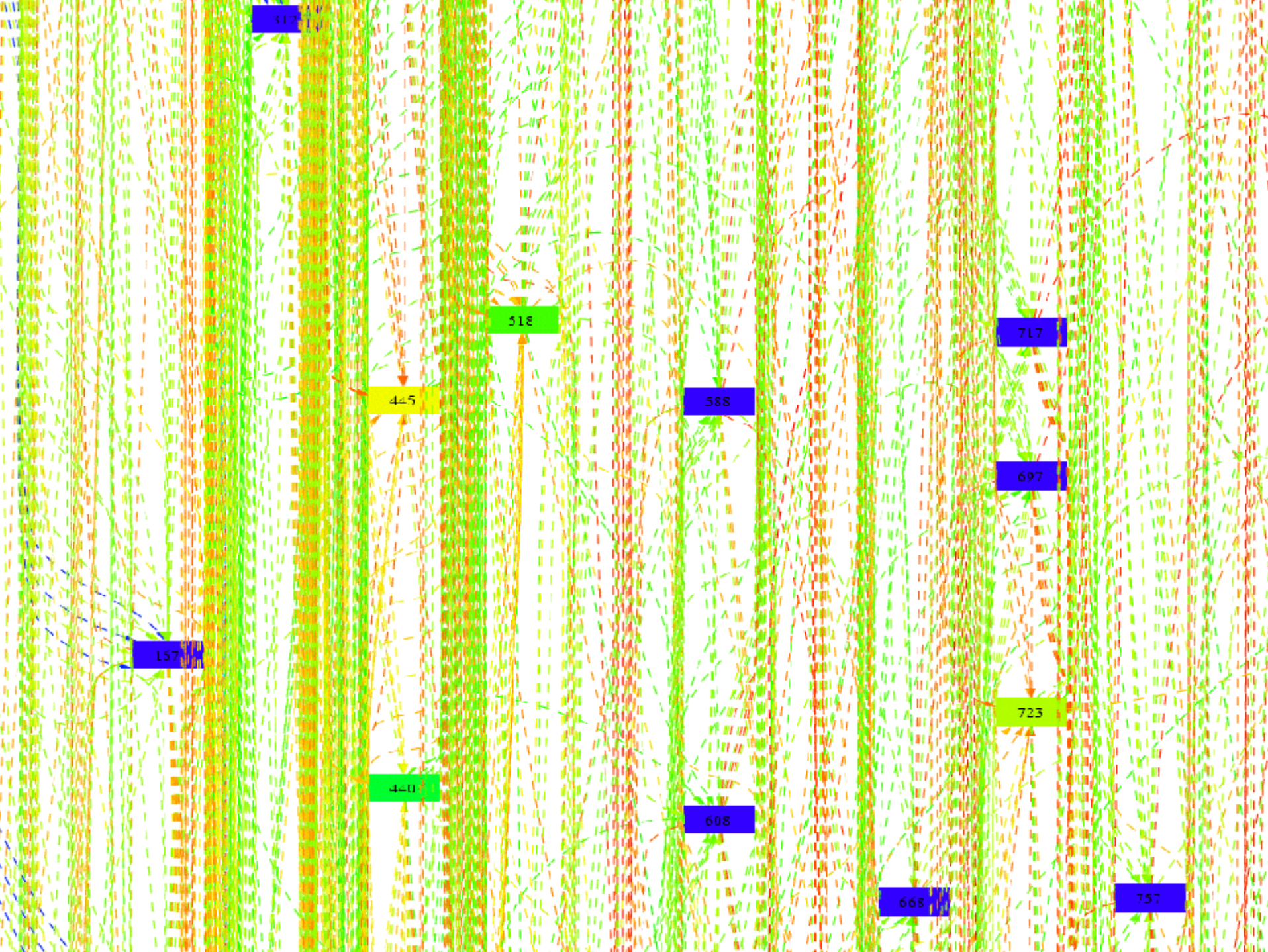
Graph Theortic Model



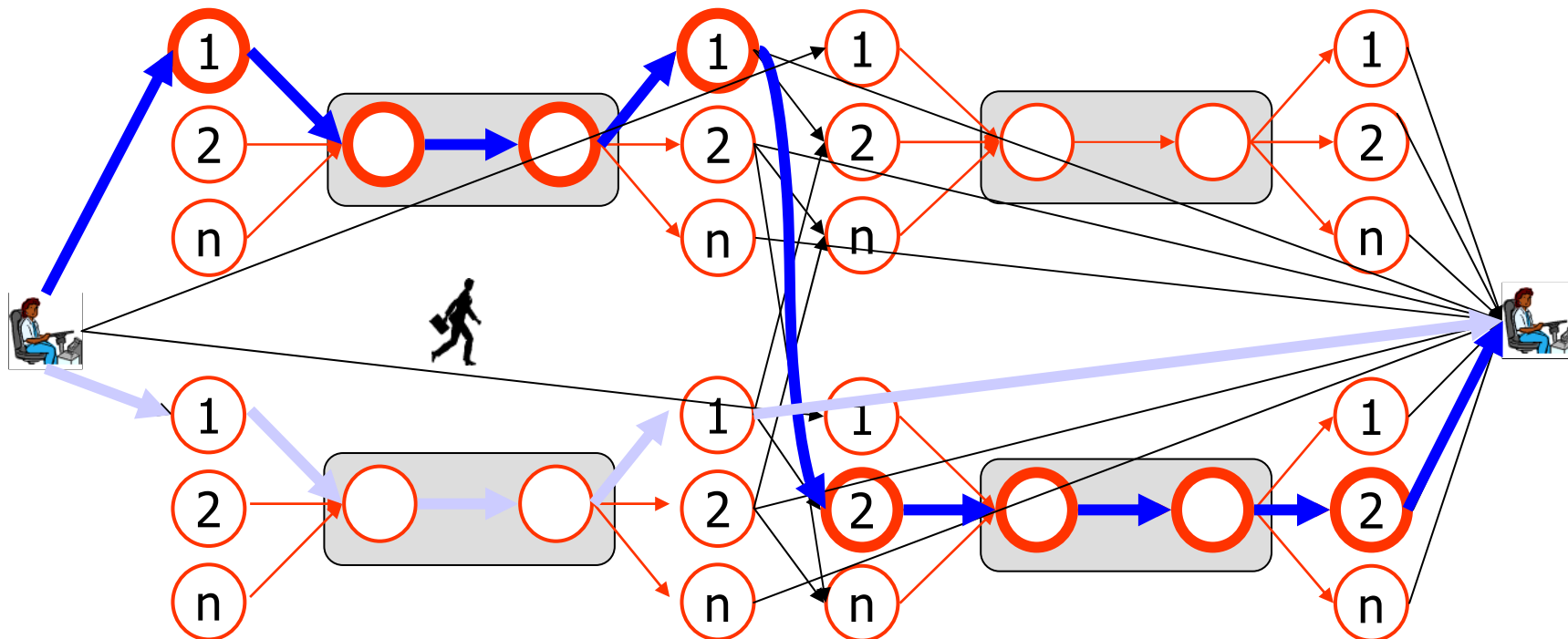
Graph Theoretic Model







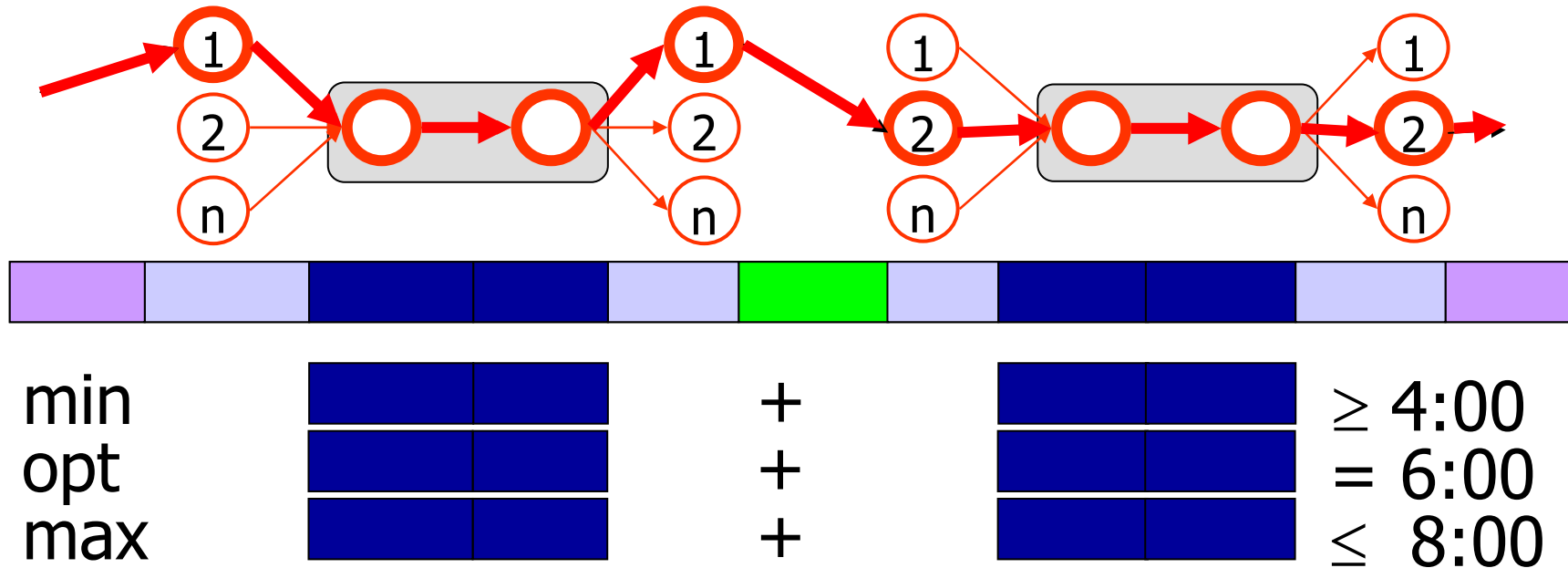
Graph Theoretic Model



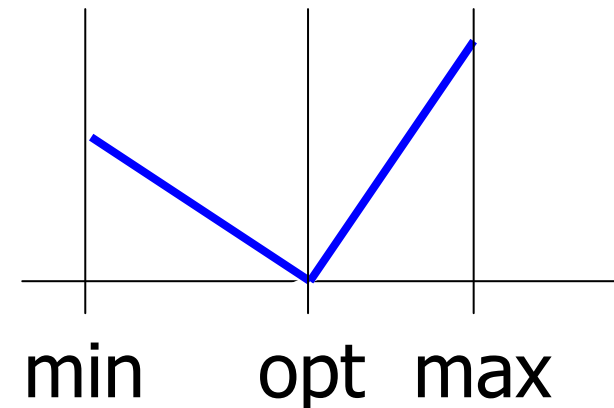
- Extension elements (check in/out, position, ...)
- Links (deadheads, transports, overnights, ...)



Duty Construction Rules (Lengths)



- Feasibility + Costs
 - Linear Rules & Penalties



Duty Construction Rules (Breaks)

Verordnung (EWG) Nr. 3820/85 des Rates vom 20. Dezember 1985 über die Harmonisierung bestimmter Sozialvorschriften im Straßenverkehr

ABSCHNITT V

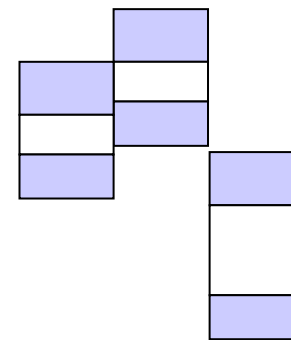
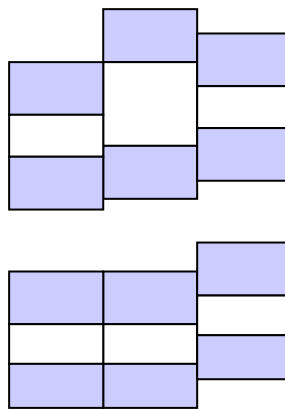
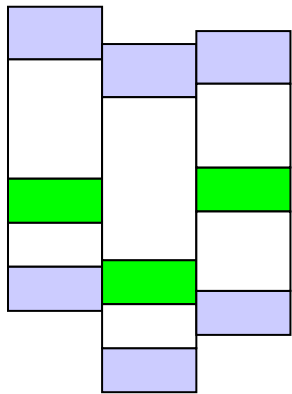
Unterbrechungen und Ruhezeit

Artikel 7

- (1) Nach einer Lenkzeit von 4 1/2 Stunden ist eine Unterbrechung von mindestens 45 Minuten einzulegen, sofern der Fahrer keine Ruhezeit nimmt.
- (2) Diese Unterbrechung kann durch Unterbrechungen von jeweils mindestens 15 Minuten ersetzt werden, die in die Lenkzeit oder unmittelbar nach dieser so einzufügen sind, dass Absatz 1 eingehalten wird.
- (3) Im Falle des nationalen Personenlinienverkehrs können die Mitgliedstaaten abweichend von Absatz 1 die Mindestdauer für die Unterbrechung auf nicht weniger als 30 Minuten nach einer Lenkzeit von höchstens 4 Stunden festsetzen. Diese Ausnahmeregelung darf nur in Fällen gewährt werden, in denen durch Unterbrechungen der Lenkzeit von mehr als 30 Minuten der Stadtverkehr behindert würde und in denen es den Fahrern nicht möglich ist, in der Lenkzeit von 4 1/2 Stunden, die der Unterbrechung von 30 Minuten vorausgeht, eine Unterbrechung von 15 Minuten einzulegen.
- (4) Der Fahrer darf während dieser Unterbrechungen keine anderen Arbeiten ausführen. Für die Anwendung dieses Artikels gelten die Wartezeit und die Nicht-Lenkzeit, die in einem fahrenden Fahrzeug, auf einer Fähre oder in einem Zug verbracht werden, nicht als andere Arbeiten.
- (5) Nach diesem Artikel eingelegte Unterbrechungen dürfen nicht als tägliche Ruhezeit betrachtet werden.



Duty Mix Rules



Min	#		≥ 3	(Ex.: min. no.)
Opt	Σ		$/3 = 5:00$	(Ex.: average)
Max	#		$\leq \#$	 (Ex.: duty mix)

- Per type, depot, geo area, time period, ...
- Legality and cost (per type)
 - Linear rules
 - Capacities, averages, duty mix
 - Automatic penalty calculation



Integer Programming Model

(Set Partitioning Problem with Base Constraints)

$$\min \sum_d c_d x_d$$

$$\sum_{t \in d} x_d = 1 \quad \forall t \quad \text{Tasks}$$

$$\sum_{d \in m} x_d \leq \kappa_m \quad \forall m \quad \text{Mix}$$

$$x_d \in \{0,1\} \quad \forall d \quad \text{Integrality}$$



Outline

- Introduction
- Crew Scheduling Models
 - Freight Train Scheduling
 - Duty Scheduling in Public Transit
 - Airline Crew Scheduling
 - Telebus
- Path Covering and Set Partitioning
- Column Generation
- Results



Airline Crew Scheduling



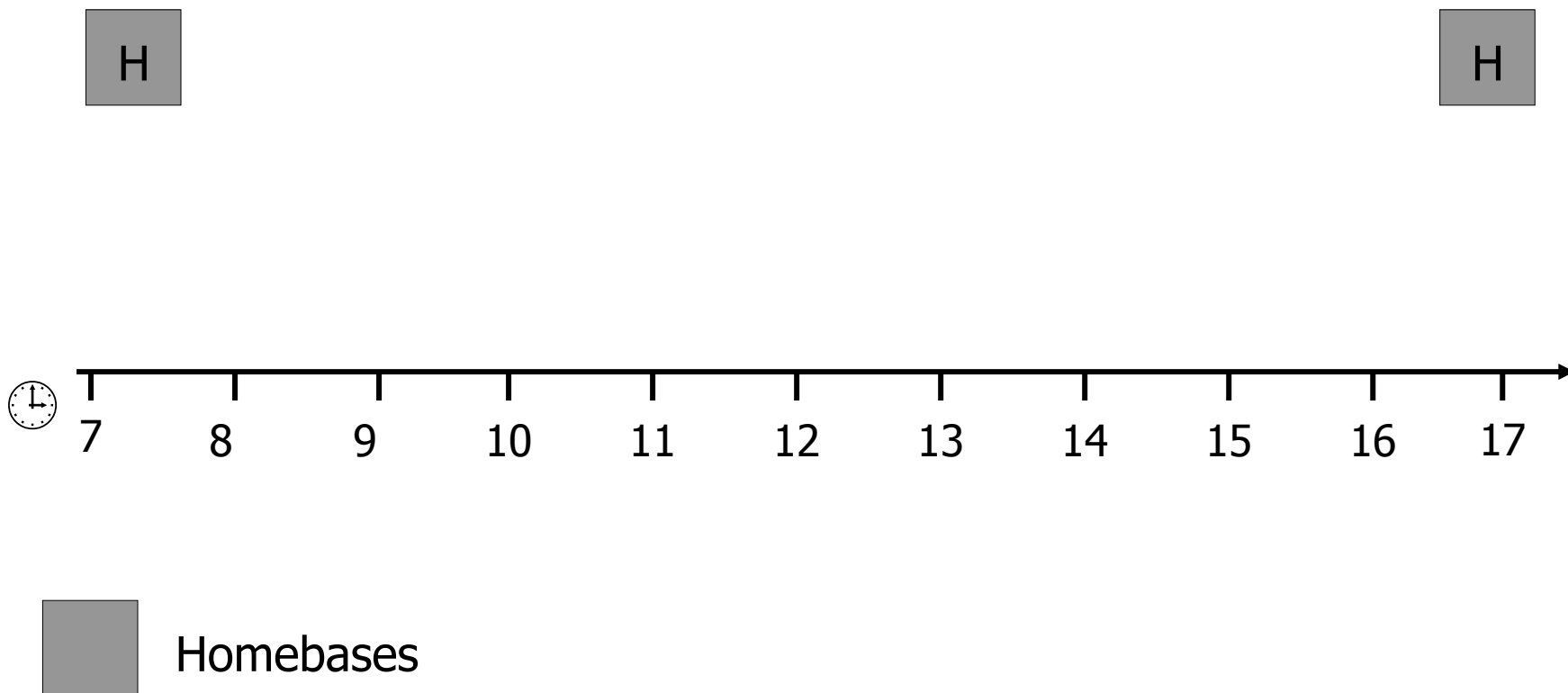
TXL

FRA

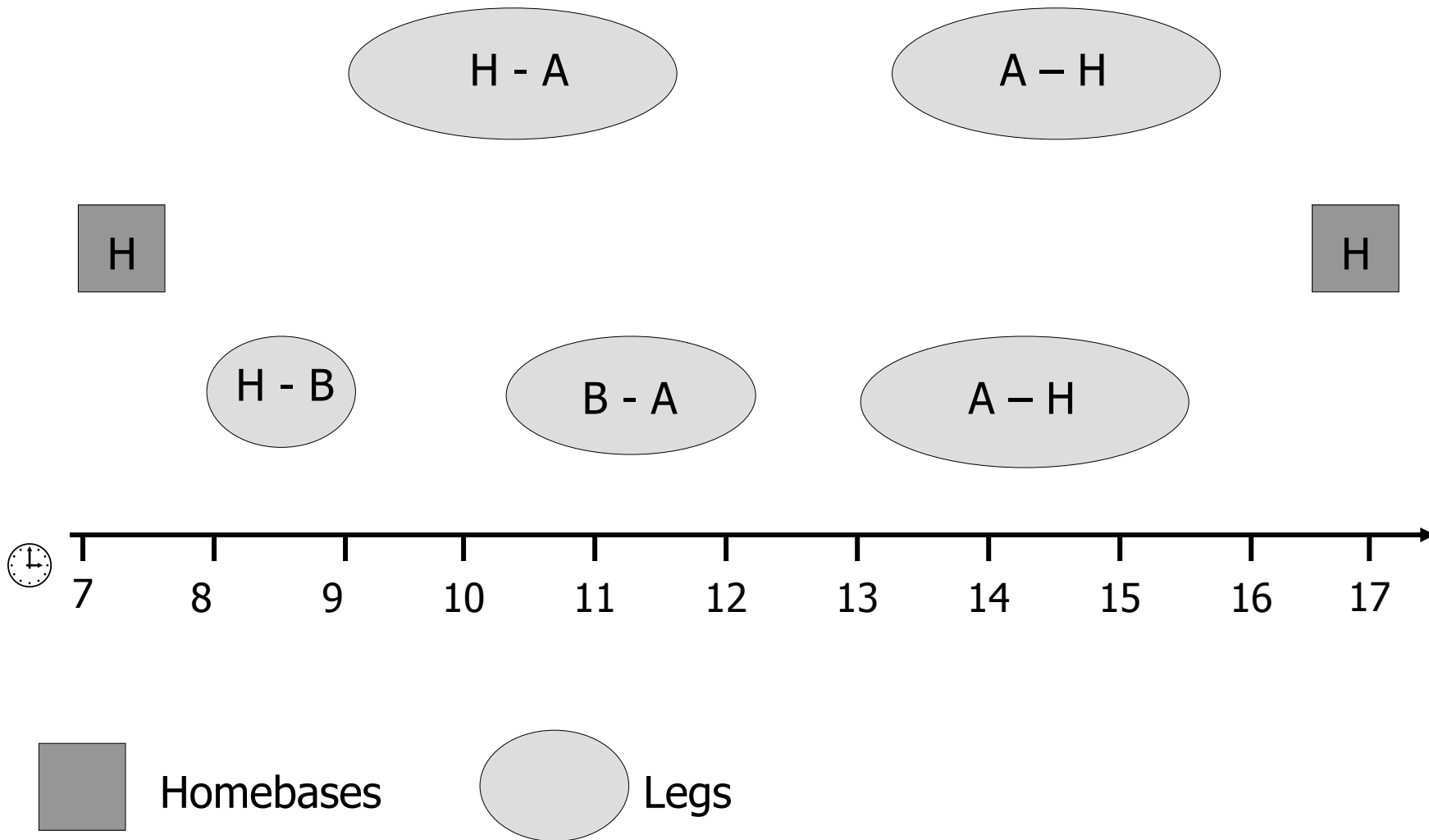
MUC



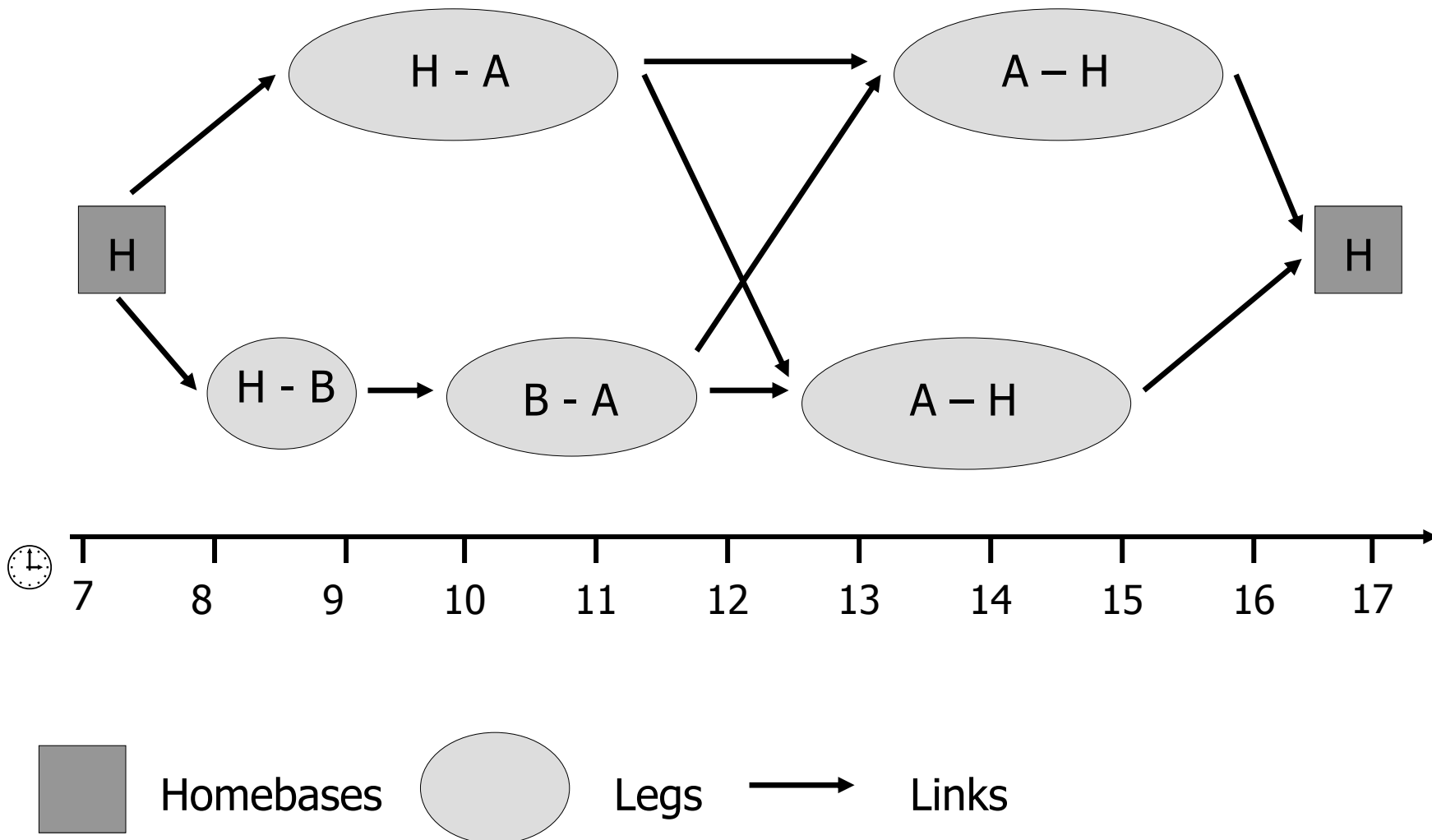
Graph Theoretic Model



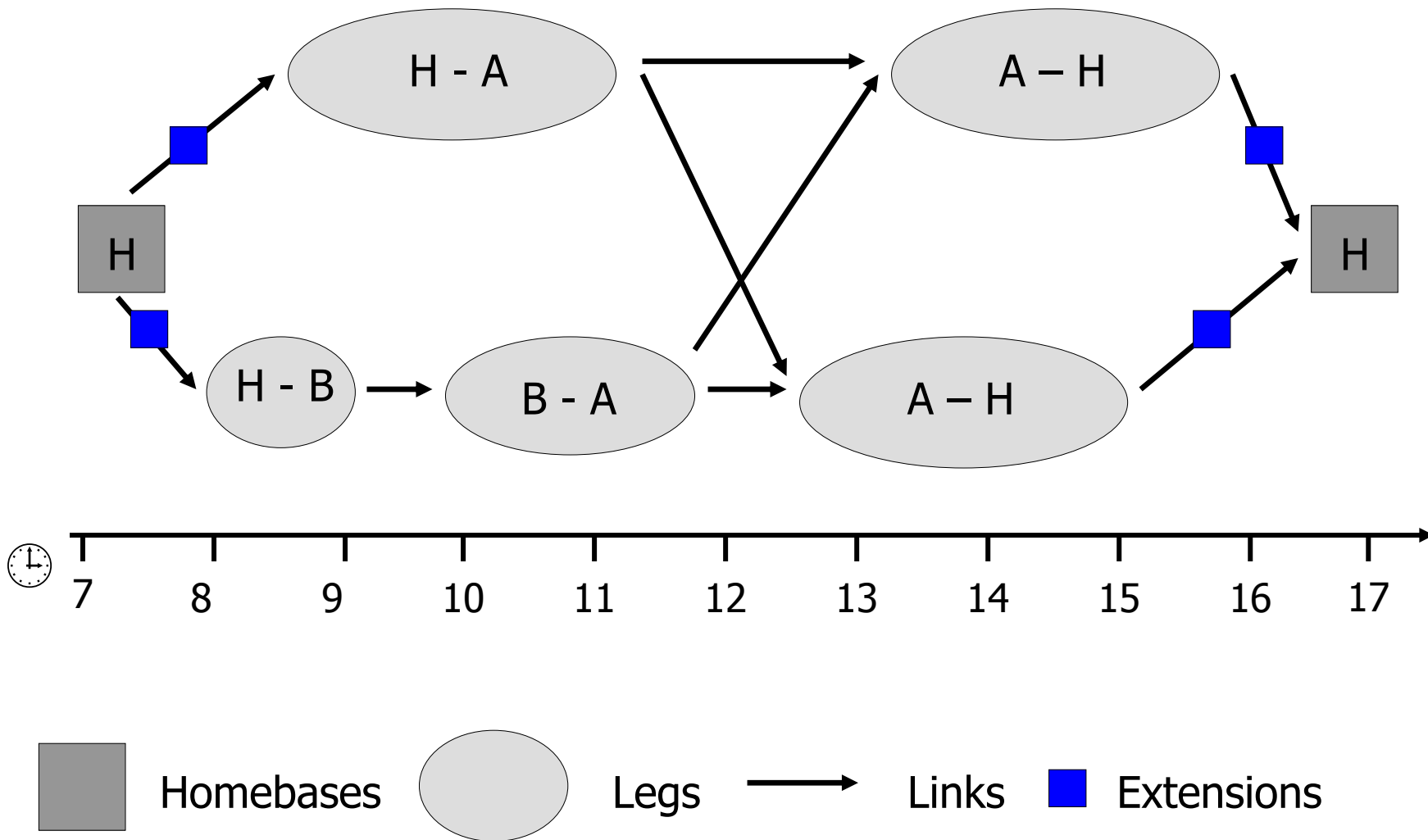
Graph Theoretic Model



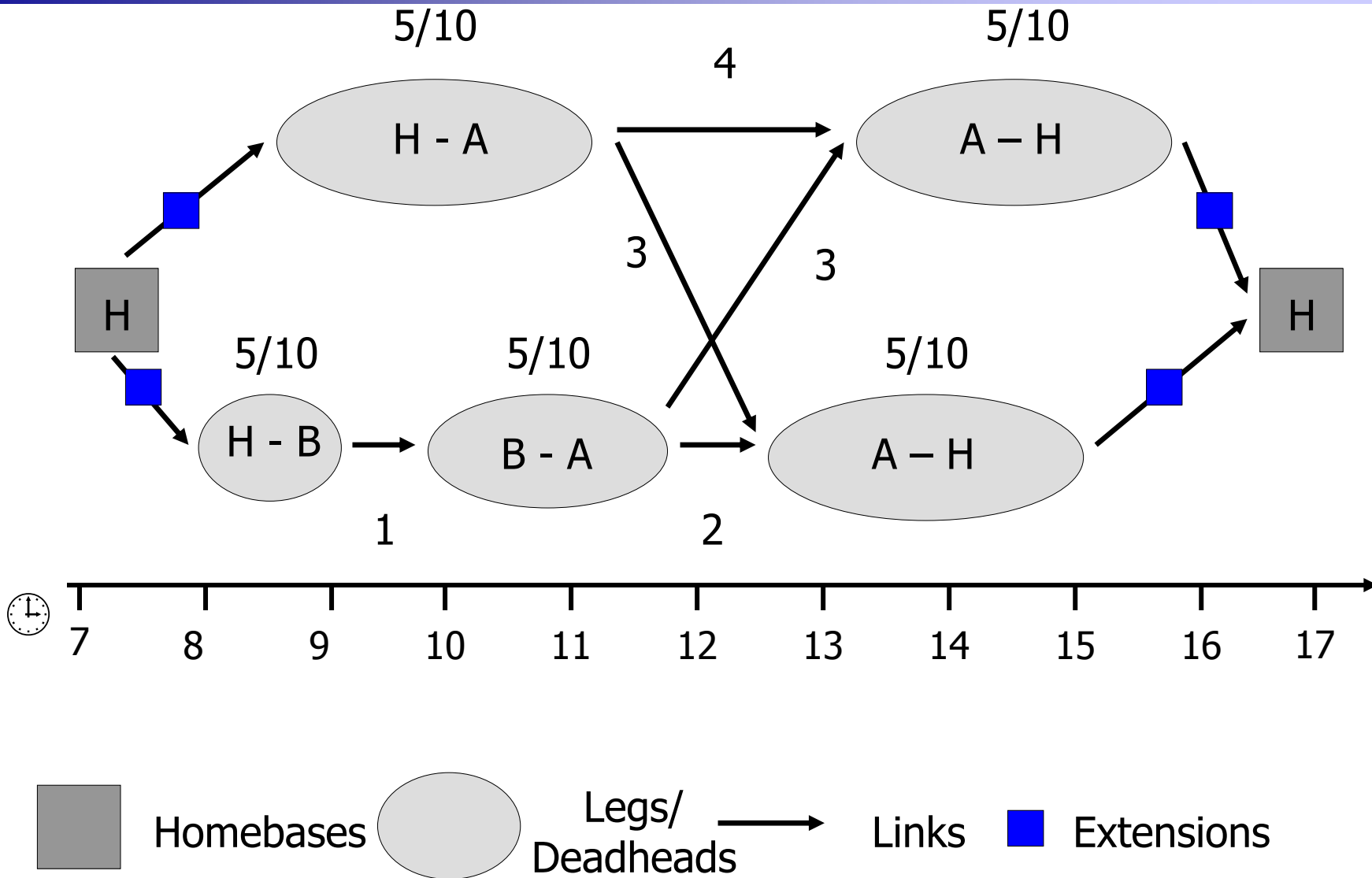
Graph Theoretic Model



Graph Theoretic Model



Graph Theoretic Model



Airline Crew Scheduling

Zweite Durchführungsverordnung zur Betriebsordnung für Luftfahrtgerät (2. DV LuftBO)

§ 8 Flugdienstzeiten der Besatzungsmitglieder

- (1) Die uneingeschränkte Flugdienstzeit jedes Besatzungsmitgliedes zwischen zwei Ruhezeiten beträgt 10 Stunden. Innerhalb 7 aufeinanderfolgender Tage ist eine viermalige Verlängerung der Flugdienstzeit nach Satz 1 bis 4 Stunden zulässig, wobei die Summe der Verlängerungen innerhalb jeweils 7 aufeinanderfolgender Tage 8 Stunden nicht überschreiten darf. Der Zeitraum von 7 aufeinanderfolgenden Tagen beginnt jeweils um 00.00 Uhr Mittlere Greenwich Zeit (MGZ) des ersten und endet um 24.00 Uhr MGZ des siebten Tages. Bei einem Luftfahrzeugführer, der während der Flugzeit nach Satz 1 ganz oder teilweise ohne Unterstützung durch ein weiteres Flugbesatzungsmitglied als Luftfahrzeugführer tätig wird, finden die Absätze 2 und 3 keine Anwendung.
- (2) Bei Flugbesatzungsmitgliedern verringert sich die nach Absatz 1 höchstzulässige Zeitverlängerung von 4 Stunden 1. um 1 Stunde, wenn der Flugdienst mehr als 2, jedoch weniger als 4 Stunden, 2. um 2 Stunden, wenn der Flugdienst 4 oder mehr Stunden zwischen 01.00 Uhr und 07.00 Uhr Ortszeit des Startflugplatzes (Winterzeit) ausgeübt wird.
- (3) Eine nach Absatz 2 verringerte Zeitverlängerung ist 1. bei mehr als 3, jedoch weniger als 6 Landungen um eine weitere Stunde, 2. bei mehr als 5 Landungen um 2 weitere Stunden zu kürzen.
- (4) Bei einer Verstärkung der vorgeschriebenen Mindestflugbesatzung und bei Vorhandensein geeigneter Schlafgelegenheiten in einem von dem Führerraum un der Kabine abgetrennten Raum kann die Aufsichtsbehörde auf schriftlichen Antrag ein zweimalige Verlängerung der Flugdienstzeit nach Absatz 1, Satz 1 bis zu 8 Stunden innerhalb 7 aufeinanderfolgender Tage zulassen. Die mit der Führung und Bedienung des Luftfahrzeugs verbrachte Zeit jedes Flugbesatzungsmitglieds darf hierbei 12 Stunden nicht überschreiten. Für die Flugbegleiter sind angemessene Arbeitspausen während des Fluges vorzusehen. Für diesen Zweck sind Ruhesitze vorzuhalten. Im übrigen gilt § 12 Absatz 3 entsprechend.
- (5) Die Flugdienstzeiten dürfen innerhalb von 30 aufeinanderfolgenden Tagen 210 Stunden, innerhalb eines Kalenderjahres 1800 Stunden nicht überschreiten.



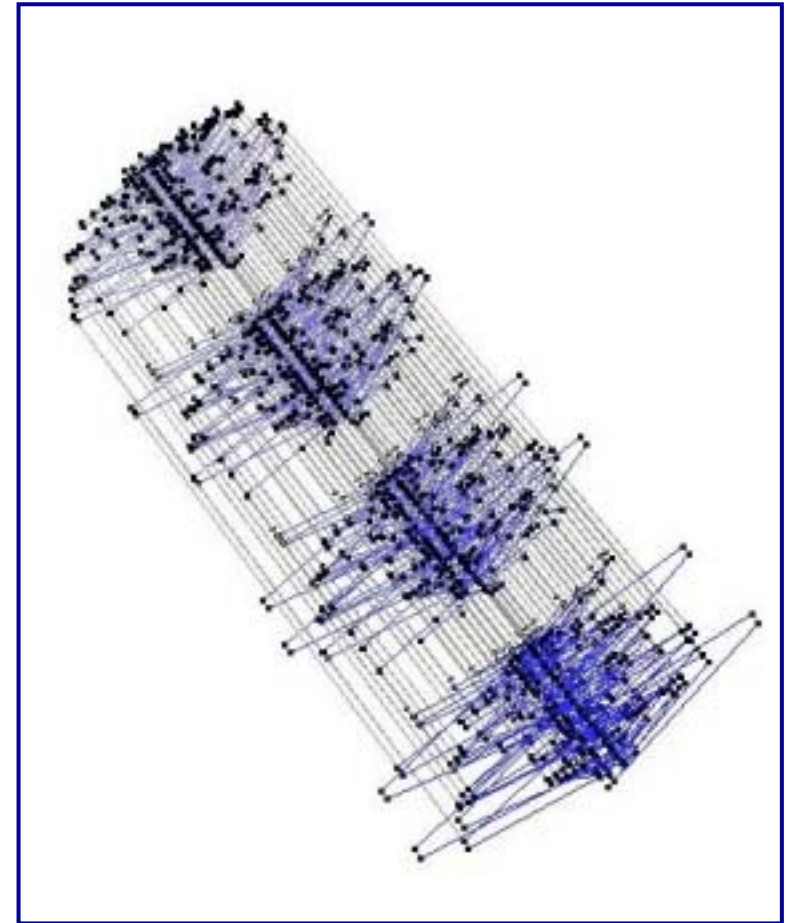
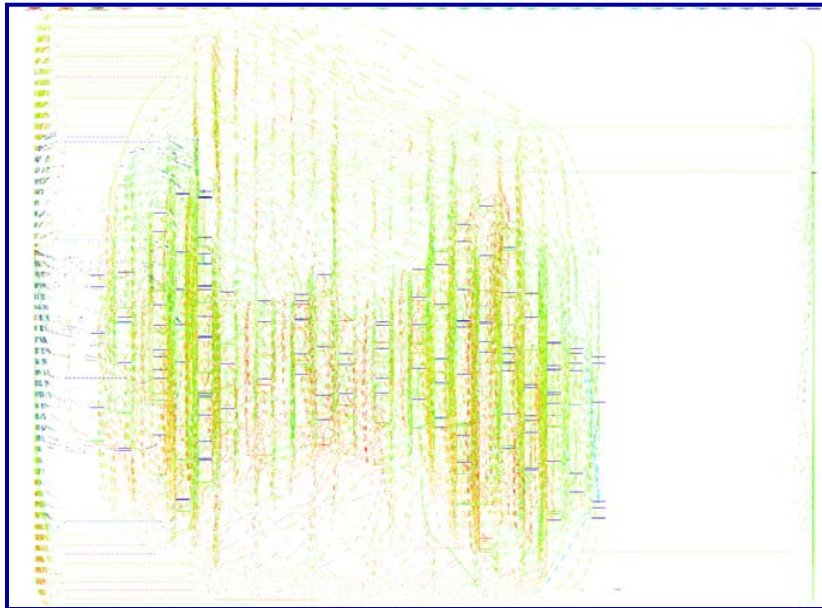
Base Constraints



- Total no. of pairings starting from a base
- Total no. of pairings starting from a base at each day
- Etc.



Scheduling Graph



- Duty Scheduling in Public Transit

- Airline Crew Scheduling



Integer Programming Model

(Set Partitioning Problem with Base Constraints)

$$\min \sum_d c_d x_d$$

$$\sum_{t \in d} x_d = 1 \quad \forall t \quad \text{Tasks}$$

$$\sum_{d \in m} x_d \leq \kappa_m \quad \forall m \quad \text{Mix}$$

$$x_d \in \{0,1\} \quad \forall d \quad \text{Integrality}$$

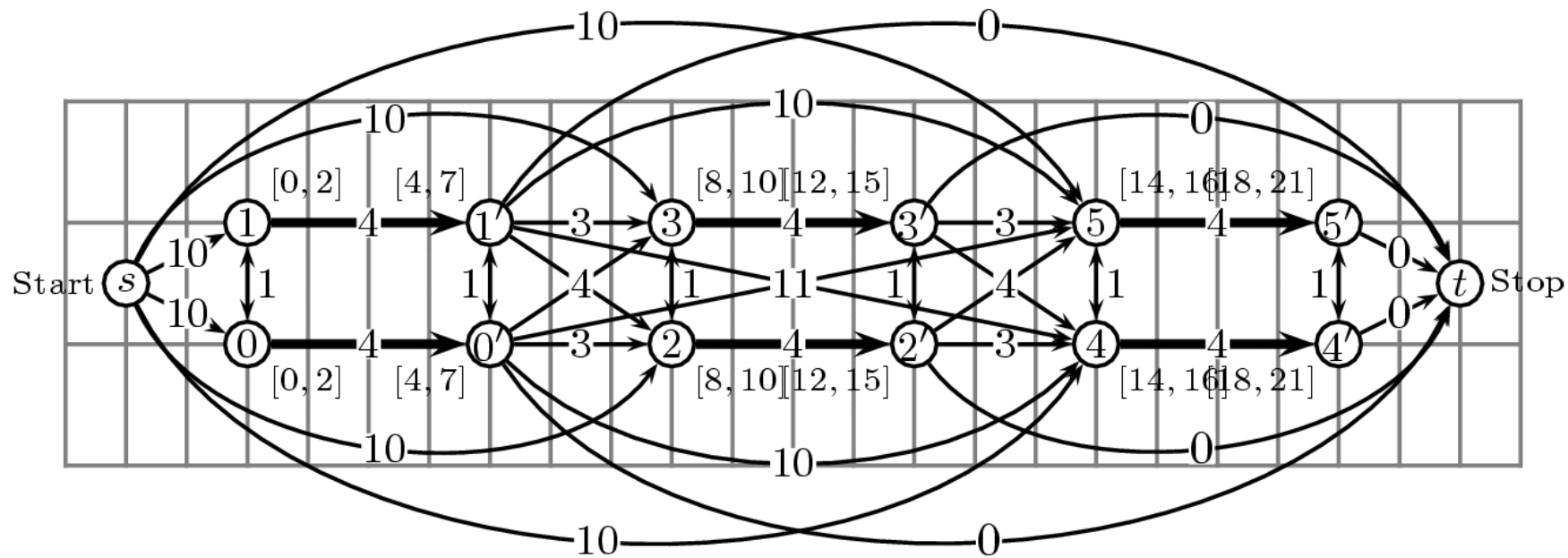


Outline

- Introduction
- Crew Scheduling Models
 - Freight Train Scheduling
 - Duty Scheduling in Public Transit
 - Airline Crew Scheduling
 - Telebus
- Path Covering and Set Partitioning
- Column Generation
- Results



Graph Theoretic Model



- Rules: Time Windows



Integer Programming Model

(Set Partitioning Problem with Base Constraints)

$$\min \sum_d c_d x_d$$

$$\sum_{t \in d} x_d = 1 \quad \forall t \quad \text{Tasks}$$

$$\sum_{d \in m} x_d \leq \kappa_m \quad \forall m \quad \text{Mix}$$

$$x_d \in \{0,1\} \quad \forall d \quad \text{Integrality}$$



All 48 Tours

x_i	i			
x_0	a_0	14	c_0	
x_1	a_1	14	c_1	
x_2	a_2	14	c_2	
x_3	a_3	14	c_3	
x_4	a_4	14	c_4	
x_5	a_5	14	c_5	
x_6	a_6	16	c_6	
x_7	a_7	21	c_7	
x_8	a_8	22	c_8	
x_9	a_9	28	c_9	
x_{10}	a_{10}	29	c_{10}	
x_{11}	a_{11}	22	c_{11}	
x_{12}	a_{12}	21	c_{12}	
x_{13}	a_{13}	29	c_{13}	
x_{14}	a_{14}	28	c_{14}	
x_{15}	a_{15}	16	c_{15}	
x_{16}	a_{16}	21	c_{16}	
x_{17}	a_{17}	22	c_{17}	
x_{18}	a_{18}	22	c_{18}	
x_{19}	a_{19}	21	c_{19}	
x_{20}	a_{20}	16	c_{20}	
x_{21}	a_{21}	23	c_{21}	
x_{22}	a_{22}	23	c_{22}	
x_{23}	a_{23}	30	c_{23}	
x_{24}	a_{24}	30	c_{24}	
x_{25}	a_{25}	23	c_{25}	
x_{26}	a_{26}	28	c_{26}	
x_{27}	a_{27}	29	c_{27}	
x_{28}	a_{28}	30	c_{28}	
x_{29}	a_{29}	29	c_{29}	
x_{30}	a_{30}	30	c_{30}	
x_{31}	a_{31}	23	c_{31}	
x_{32}	a_{32}	29	c_{32}	
x_{33}	a_{33}	30	c_{33}	
x_{34}	a_{34}	29	c_{34}	
x_{35}	a_{35}	28	c_{35}	
x_{36}	a_{36}	30	c_{36}	
x_{37}	a_{37}	23	c_{37}	
x_{38}	a_{38}	23	c_{38}	
x_{39}	a_{39}	25	c_{39}	
x_{40}	a_{40}	30	c_{40}	
x_{41}	a_{41}	31	c_{41}	
x_{42}	a_{42}	31	c_{42}	
x_{43}	a_{43}	30	c_{43}	
x_{44}	a_{44}	32	c_{44}	
x_{45}	a_{45}	30	c_{45}	
x_{46}	a_{46}	31	c_{46}	
x_{47}	a_{47}	31	c_{47}	
x_{48}	a_{48}	30	c_{48}	



All 48 Tours

[illegible]

Integer Programming Model

(Set Partitioning Problem)

Minimize

obj:

$$14 x_0 + 14 x_1 + 14 x_2 + 14 x_3 + 14 x_4 + 14 x_5 + 16 x_6 + 21 x_7 + 22 x_8 + 28 x_9 + 29 x_{10} + 22 x_{11} + 21 x_{12} + 29 x_{13} + 28 x_{14} + 16 x_{15} + 21 x_{16} + 22 x_{17} + 22 x_{18} + 21 x_{19} + 16 x_{20} + 23 x_{21} + 23 x_{22} + 30 x_{23} + 30 x_{24} + 23 x_{25} + 28 x_{26} + 29 x_{27} + 30 x_{28} + 29 x_{29} + 30 x_{30} + 23 x_{31} + 29 x_{32} + 30 x_{33} + 29 x_{34} + 28 x_{35} + 30 x_{36} + 23 x_{37} + 23 x_{38} + 25 x_{39} + 30 x_{40} + 31 x_{41} + 31 x_{42} + 30 x_{43} + 32 x_{44} + 30 x_{45} + 31 x_{46} + 31 x_{47} + 30 x_{48}$$

Subject To

C0: $x_0 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} + x_{29} + x_{30} + x_{39} + x_{40} + x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} + x_{46} = 1$

C1: $x_1 + x_6 + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{39} + x_{40} + x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{47} + x_{48} = 1$

C2: $x_2 + x_7 + x_{11} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{21} + x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{37} + x_{39} + x_{40} + x_{41} + x_{45} + x_{47} = 1$

C3: $x_3 + x_8 + x_{12} + x_{15} + x_{18} + x_{19} + x_{22} + x_{25} + x_{28} + x_{29} + x_{31} + x_{34} + x_{35} + x_{38} + x_{39} + x_{42} + x_{43} + x_{46} + x_{48} = 1$

C4: $x_4 + x_9 + x_{13} + x_{16} + x_{18} + x_{20} + x_{23} + x_{26} + x_{28} + x_{30} + x_{32} + x_{34} + x_{36} + x_{37} + x_{38} + x_{40} + x_{42} + x_{44} + x_{45} + x_{46} + x_{47} + x_{48} = 1$

C5: $x_5 + x_{10} + x_{14} + x_{17} + x_{19} + x_{20} + x_{24} + x_{27} + x_{29} + x_{30} + x_{33} + x_{35} + x_{36} + x_{37} + x_{38} + x_{41} + x_{43} + x_{44} + x_{45} + x_{46} + x_{47} + x_{48} = 1$

Binaries

$$x_0 x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6 x_7 x_8 x_9 x_{10} x_{11} x_{12} x_{13} x_{14} x_{15} x_{16} x_{17} x_{18} x_{19} x_{20} x_{21} x_{22} x_{23} x_{24} x_{25} x_{26} x_{27} x_{28} x_{29} x_{30} x_{31} x_{32} x_{33} x_{34} x_{35} x_{36} x_{37} x_{38} x_{39} x_{40} x_{41} x_{42} x_{43} x_{44} x_{45} x_{46} x_{47} x_{48}$$

End

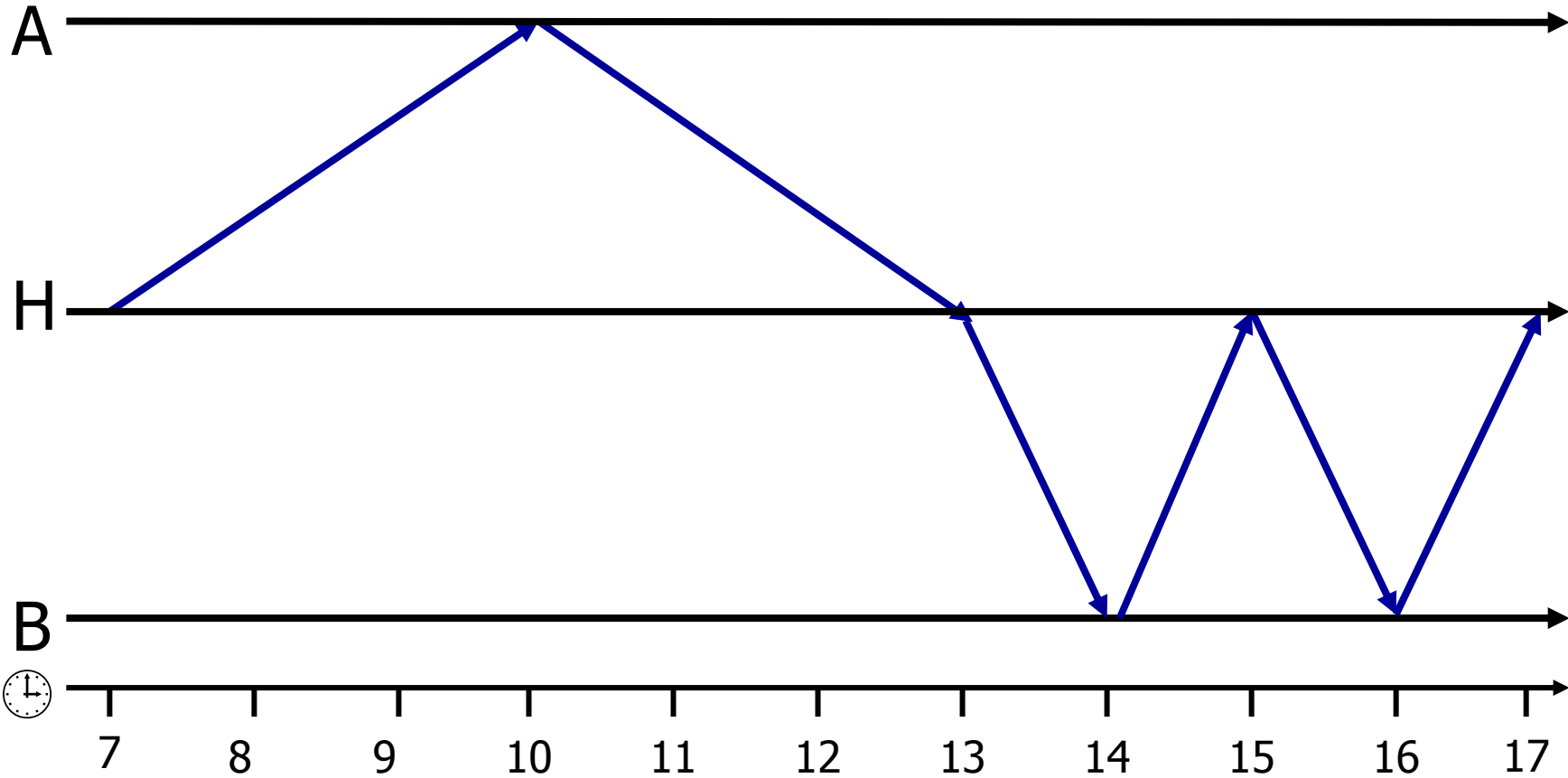


Outline

- Introduction
- Crew Scheduling Models
 - Freight Train Scheduling
 - Duty Scheduling in Public Transit
 - Airline Crew Scheduling
 - Telebus
- Path Covering and Set Partitioning
- Column Generation
- Results



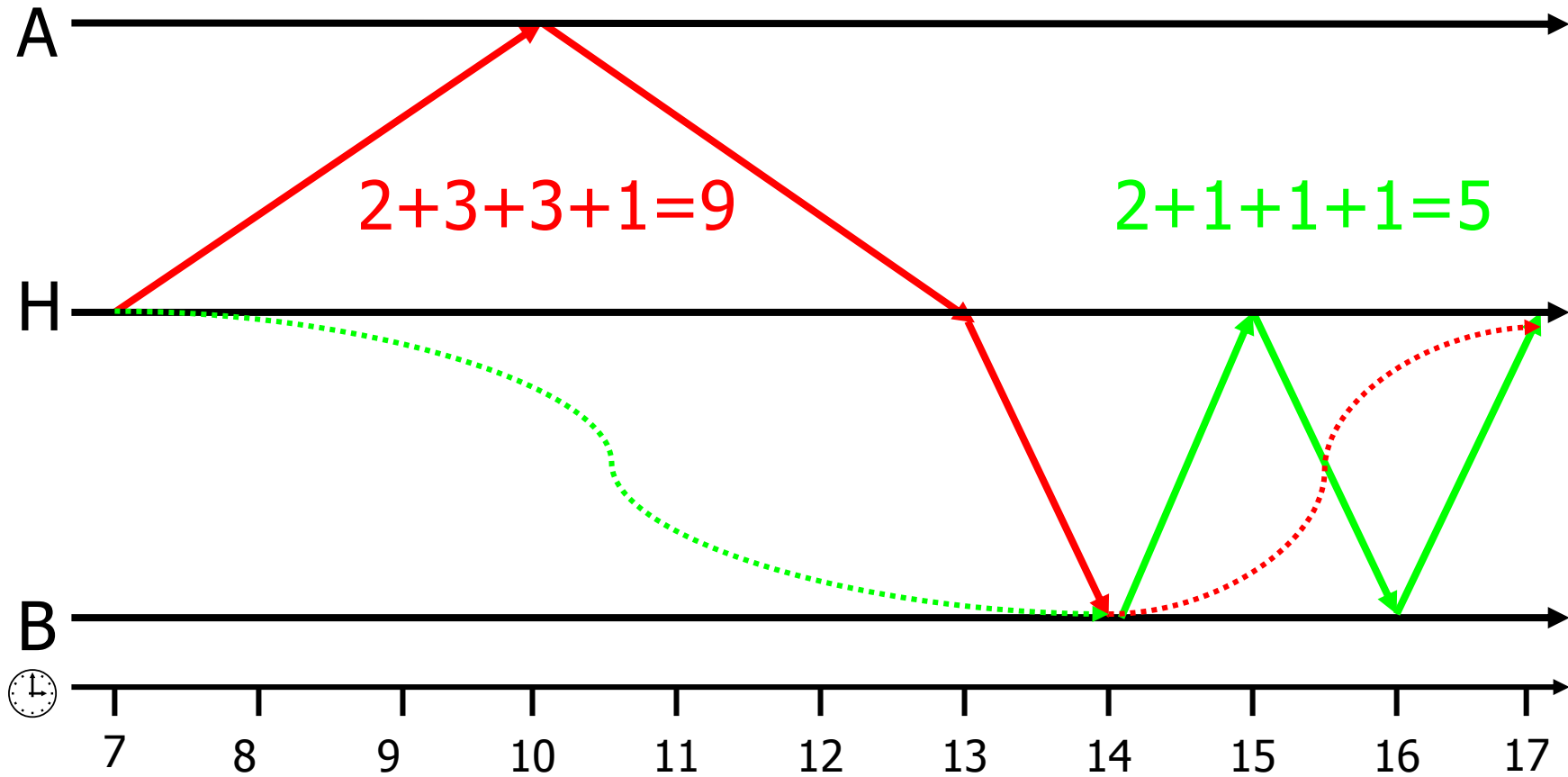
Crew Scheduling Problem



- Rules: Flight time ≤ 7 h, connections ≤ 3 h
- Costs: 2 + working time



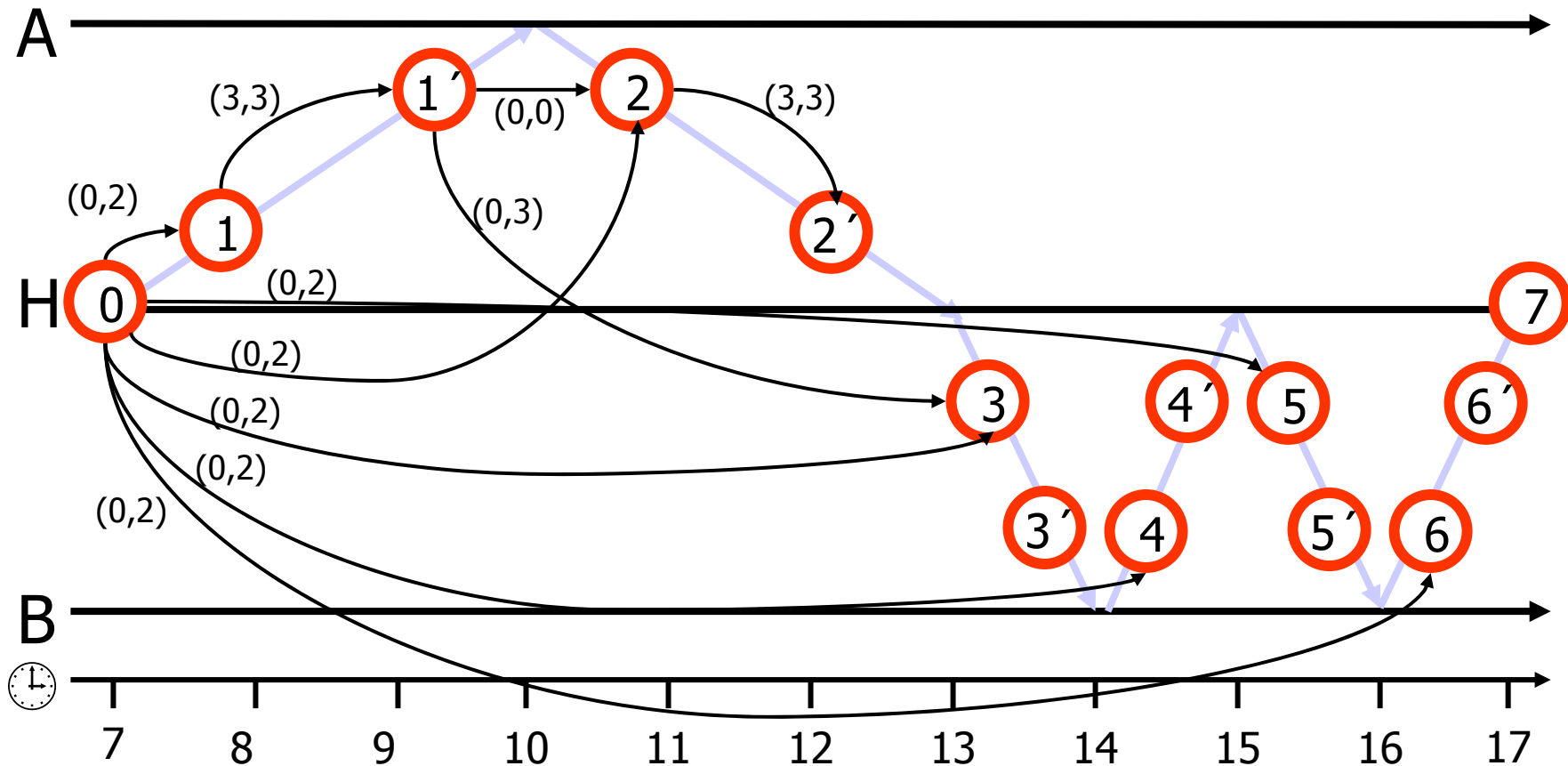
Crew Scheduling Problem



- Rules: Flight time ≤ 7 h, connections ≤ 3 h
- Costs: 2 + working time



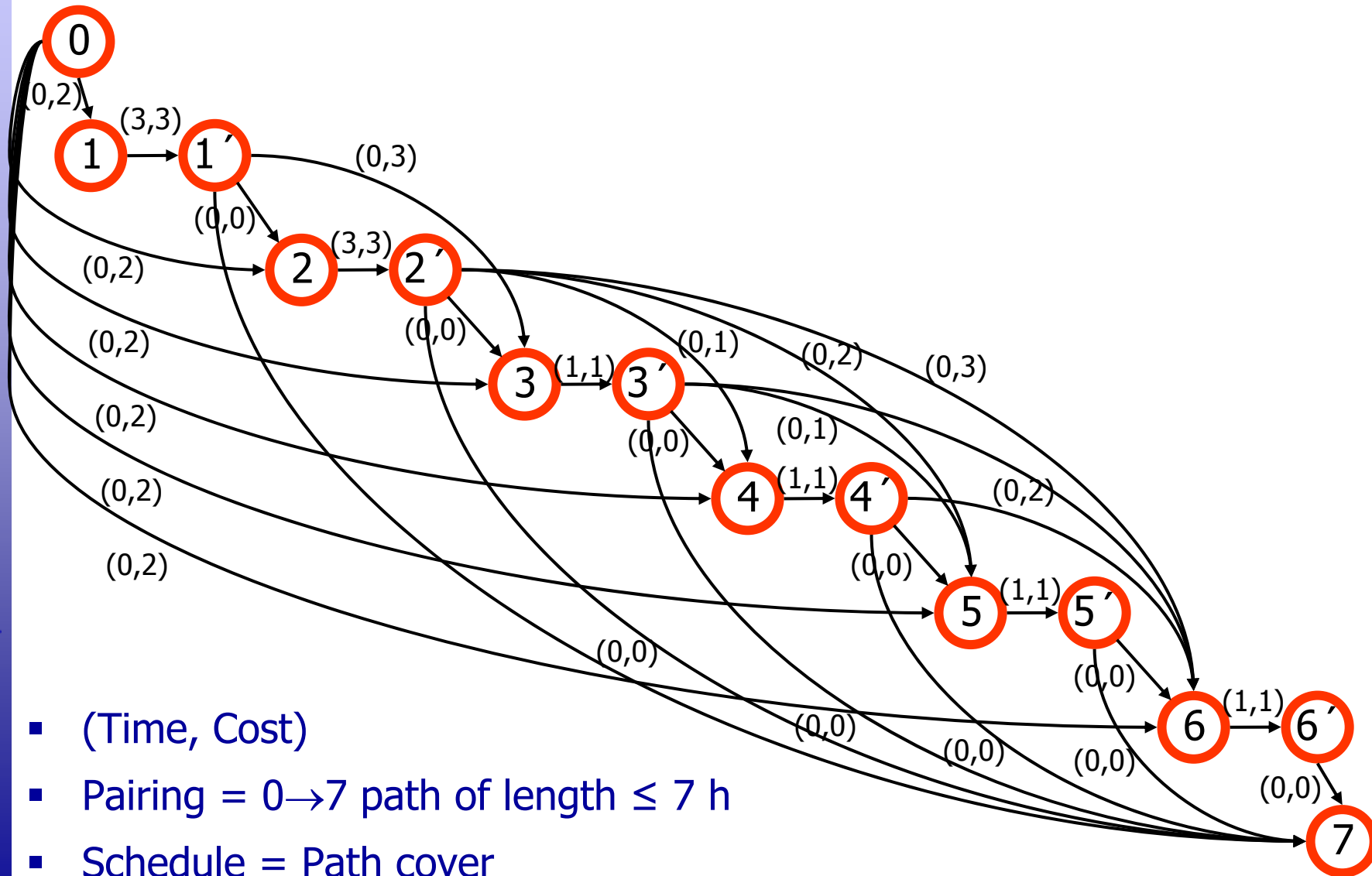
Graph Theoretic Model



- Rules: Flight time ≤ 7 h, connections ≤ 3 h
- Costs: 2 + working time



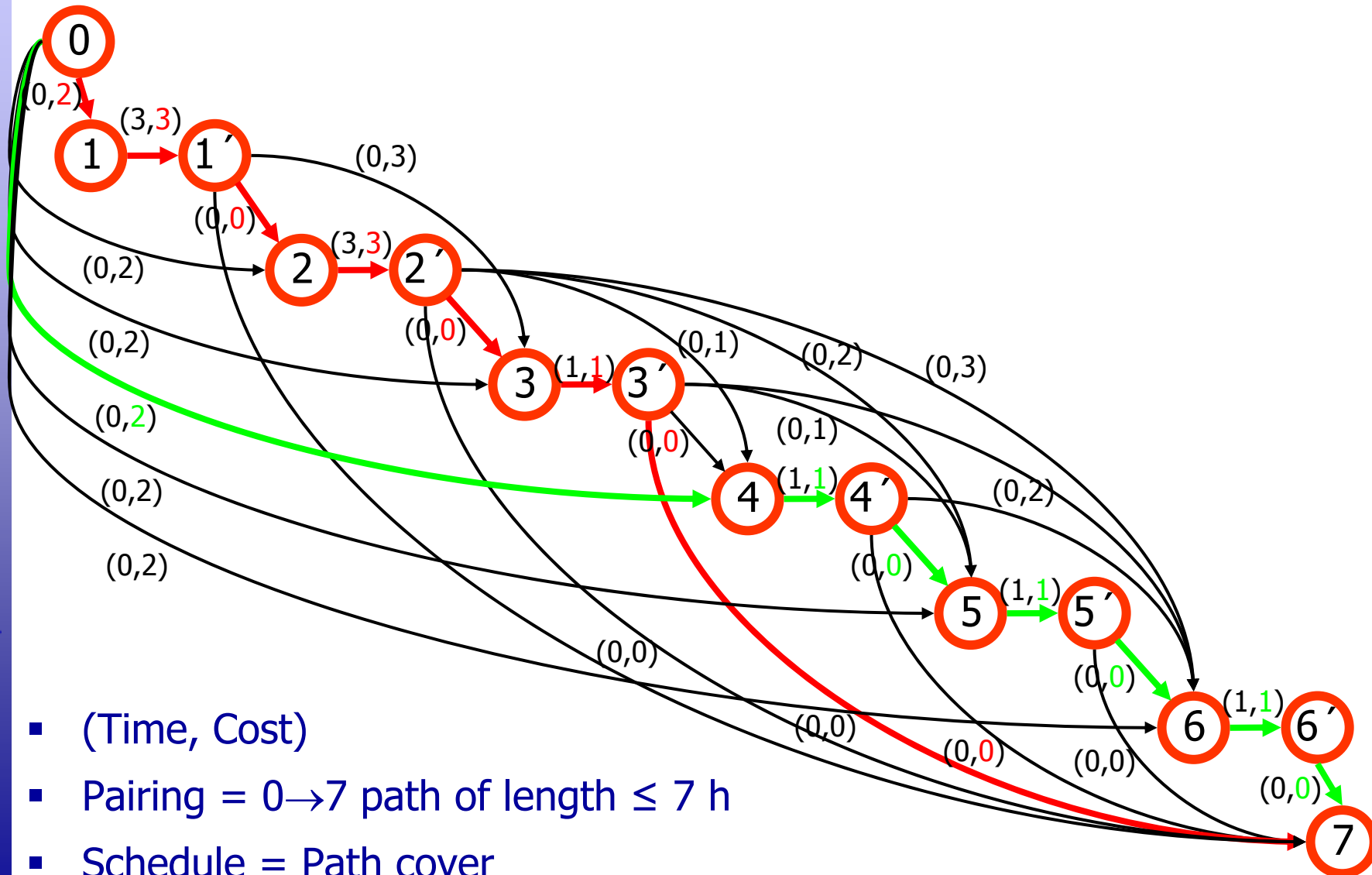
Graph Theoretic Model



- (Time, Cost)
- Pairing = $0 \rightarrow 7$ path of length ≤ 7 h
- Schedule = Path cover



Graph Theoretic Model



- (Time, Cost)
- Pairing = $0 \rightarrow 7$ path of length ≤ 7 h
- Schedule = Path cover

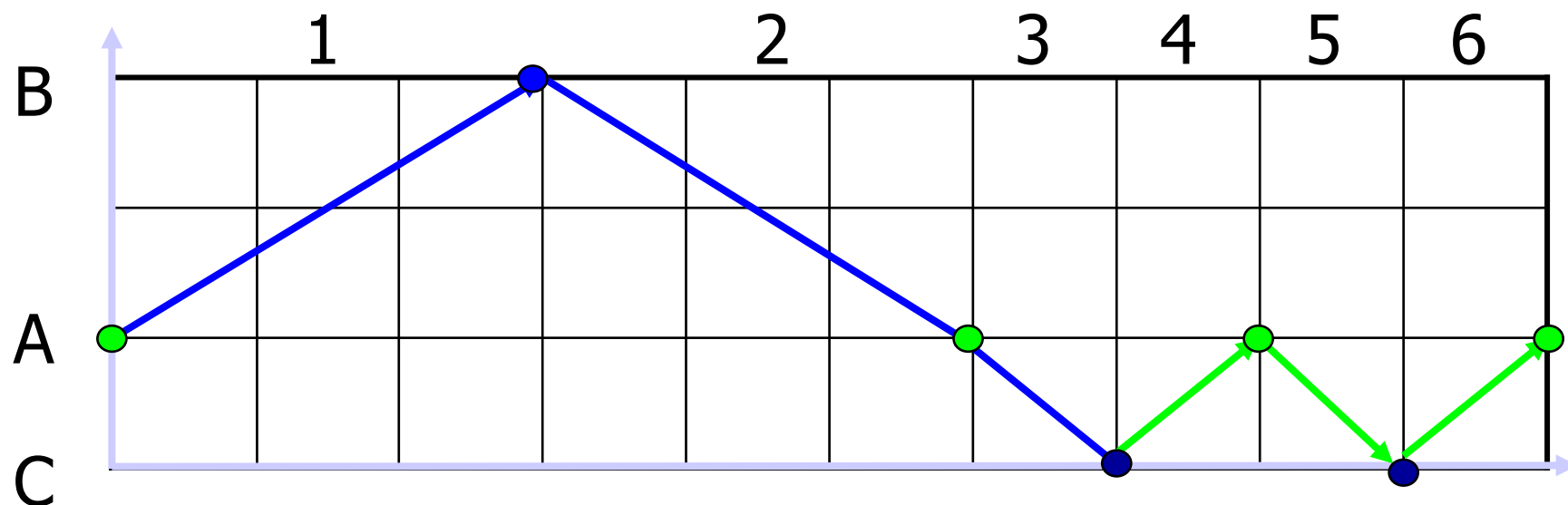


Path Covering Problems

- **Definition:** *Path Covering Problem (PCP)*
 - Input: Acyclic Digraph $D=(V,A)$ with source s , sink t , integer lengths z_{ij} and costs c_{ij} for all arcs ij and an integer bound L .
 - Output: A set $\{P_1, \dots, P_k\}$ of (s,t) -paths of length $\leq L$, such that every node except s and t is contained in exactly one path and the such that total cost of the paths is minimal.
- **Observation:** Crew scheduling problems are path covering problems (with additional constraints for individual paths and for the path mix).
- **Proposition:** Path covering problems are NP-hard (already for one length restricted path).



Set Partitioning Model



no	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
c	5	5	3	3	3	3	8	9	6	7	8	9	4	5	6	4	5	4	9	10	11	12	7	8	9	5	6	5	11	12	12	8	9	9	6	12	9
1	1						1	1											1	1	1	1						1	1	1					1		
2		1					1		1	1	1	1							1	1	1	1	1	1	1							1	1	1			1
3			1					1	1				1	1	1				1				1	1	1	1	1		1	1		1	1		1	1	1
4				1						1			1			1	1			1			1			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5					1						1			1		1		1			1			1		1		1	1		1	1		1	1	1	1
6						1						1			1		1	1				1			1		1	1		1	1		1	1	1	1	1



Set Partitioning Model

no	12	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	
	55	3	3	3	3	8	9	6	7	8	9	4	5	6	4	5	4	9	10	11	12	7	8	9	5	6	5	11	12	12	8	9	9	6	12	9	
1						1	1											1	1	1	1						1	1	1						1		1
2	1					1		1	1	1	1							1	1	1	1	1	1	1							1	1	1			1	1
3		1					1	1				1	1	1				1				1	1	1	1	1		1	1		1	1		1	1	1	1
4			1						1			1			1	1			1			1			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5				1						1			1		1		1			1			1		1		1	1		1	1		1	1	1	1	1
6					1						1			1		1	1				1			1		1	1		1	1		1	1	1	1	1	1
	x2 1	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12	x13	x14	x15	x16	x17	x18	x19	x20	x21	x22	x23	x24	x25	x26	x27	x28	x29	x30	x31	x32	x33	x34	x35	x36	x37	

$$\min 5x_1 + 5x_2 + \dots + 12x_{36} + 9x_{37}$$

$$\text{s.t. } x_1 + x_7 + x_8 + x_{19} + x_{20} + x_{21} + x_{22} + x_{29} + x_{30} + x_{31} + x_{36} = 1$$

$$x_2 + x_7 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{19} + x_{20} + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{37} = 1$$

$$x_3 + x_8 + x_9 + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{19} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{29} + x_{30} + x_{32} + x_{33} + x_{35} + x_{36} + x_{37} = 1$$

$$x_4 + x_{10} + x_{13} + x_{16} + x_{17} + x_{20} + x_{23} + x_{26} + x_{27} + x_{28} + x_{29} + x_{30} + x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37} = 1$$

$$x_5 + x_{11} + x_{14} + x_{16} + x_{18} + x_{21} + x_{24} + x_{26} + x_{28} + x_{29} + x_{31} + x_{32} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37} = 1$$

$$x_6 + x_{12} + x_{15} + x_{17} + x_{18} + x_{22} + x_{25} + x_{27} + x_{28} + x_{30} + x_{31} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37} = 1$$

$$x_1, \dots, x_{37} \geq 0$$

$$x_1, \dots, x_{37} \text{ integer}$$



Set Partitioning Model

no	5	5	3	3	3	3	8	9	6	7	8	9	4	5	6	4	5	4	9	10	11	12	7	8	9	5	6	5	11	12	12	8	9	9	6	12	9	!	
1	1						1	1											1	1	1	1						1	1	1						1		1	
2		1					1		1	1	1	1							1	1	1	1	1	1	1							1	1	1			1	1	
3			1					1	1				1	1	1				1				1	1	1	1	1		1	1		1	1		1	1	1	1	
4				1						1			1			1	1			1			1			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5					1						1			1		1		1			1		1		1			1	1		1	1		1	1	1	1	1	
6						1						1			1		1	1				1			1		1	1		1	1		1	1	1	1	1	1	

$$\min 5x_1 + 5x_2 + \dots + 12x_{36} + 9x_{37}$$

$$x_1 + x_7 + x_8 + x_{19} + x_{20} + x_{21} + x_{22} + x_{29} + x_{30} + x_{31} + x_{36} = 1$$

$$x_2 + x_7 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{19} + x_{20} + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{37} = 1$$

$$x_3 + x_8 + x_9 + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{19} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{29} + x_{30} + x_{32} + x_{33} + x_{35} + x_{36} + x_{37} = 1$$

$$x_4 + x_{10} + x_{13} + x_{16} + x_{17} + x_{20} + x_{23} + x_{26} + x_{27} + x_{28} + x_{29} + x_{30} + x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37} = 1$$

$$x_5 + x_{11} + x_{14} + x_{16} + x_{18} + x_{21} + x_{24} + x_{26} + x_{28} + x_{29} + x_{31} + x_{32} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37} = 1$$

$$x_6 + x_{12} + x_{15} + x_{17} + x_{18} + x_{22} + x_{25} + x_{27} + x_{28} + x_{30} + x_{31} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37} = 1$$

$$0 \leq x_1, \dots, x_{37} \leq 1$$

$$x_1, \dots, x_{37} \text{ integer}$$

$$\Leftrightarrow \min \sum c_j x_j, \quad \sum_{j=1, \dots, n} a_{ij} x_j = 1, \quad i=1, \dots, m, \quad 0 \leq x_j \leq 1, \quad x_j \text{ integer}$$

$$\Leftrightarrow \min c^T x, \quad Ax = 1, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad x \text{ integer}$$



Set Partitioning Model

no	5	5	3	3	3	3	8	9	6	7	8	9	4	5	6	4	5	4	9	10	11	12	7	8	9	5	6	5	11	12	12	8	9	9	6	12	9	!
1	1						1	1											1	1	1	1							1	1	1					1		1
2		1					1		1	1	1	1							1	1	1	1	1	1	1							1	1	1			1	1
3			1					1	1				1	1	1				1				1	1	1	1	1			1	1		1	1		1	1	1
4				1						1			1			1	1			1			1			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5					1						1			1		1		1			1		1			1			1	1		1	1		1	1	1	1
6						1						1			1		1	1				1			1		1	1			1	1		1	1	1	1	1

- **Definition:** A *Set Partitioning Problem* (SPP) is an integer program of the form

$$\min c^T x, \quad Ax = 1, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad x \text{ integer}$$

where A is a 0/1-matrix.



Set Partitioning 1956-1998

<i>Paper</i>	<i>Rows</i>	<i>Columns</i>	<i>Time</i>
Charnes & Miller 1956	6	17	manual
Hoffman & Padberg 1993	145	1,053,137	5 min.
Bixby, Gregory, Lustig, Marsten, Shanno 1992	837	12,753,313	249 sec.
Barnhart, Johnson, Nemhauser, Savelsbergh, Vance 1998	$O(10^4)$	???	? hours



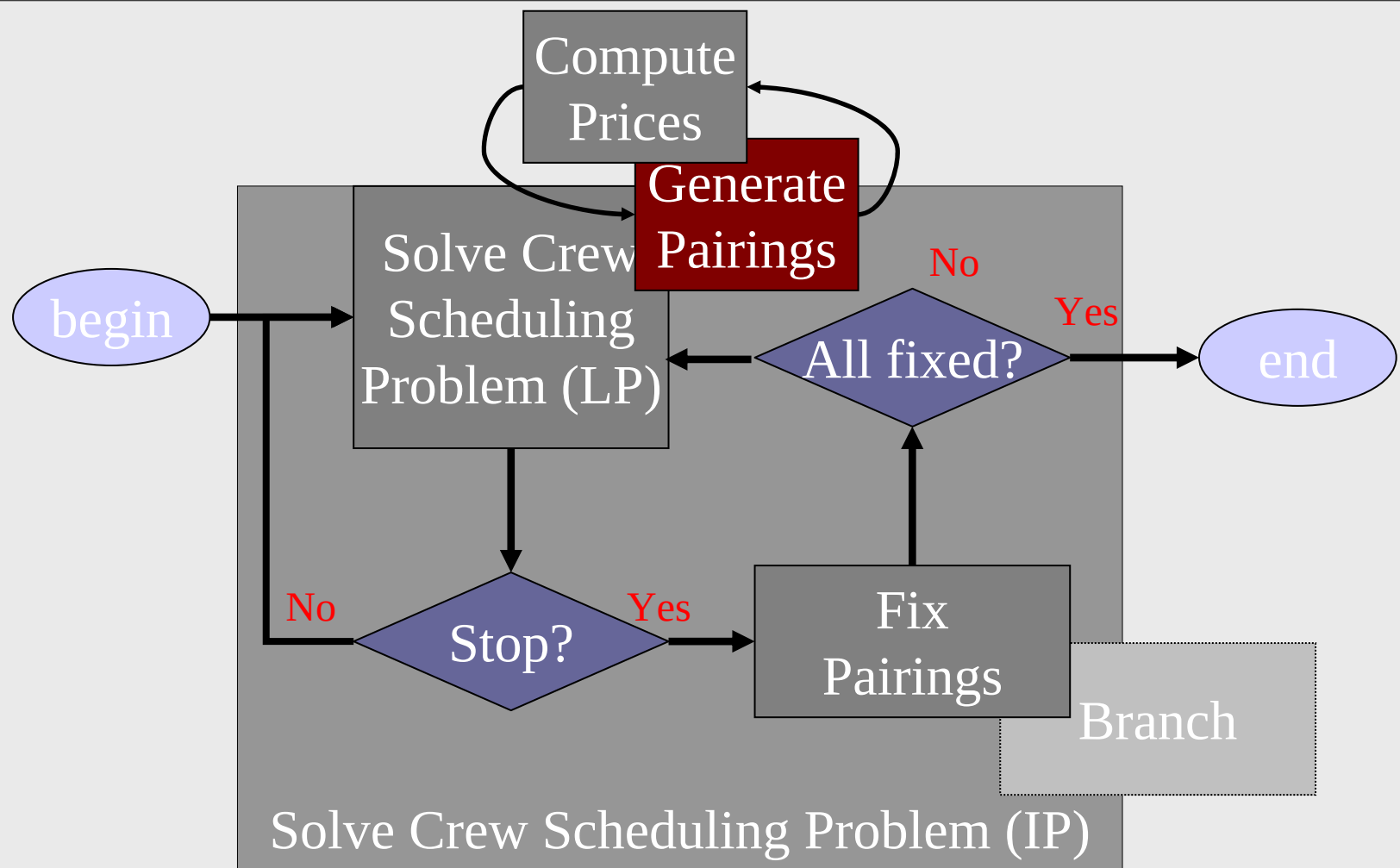
Outline

- Introduction
- Crew Scheduling Models
 - Freight Train Scheduling
 - Duty Scheduling in Public Transit
 - Airline Crew Scheduling
 - Telebus
- Path Covering and Set Partitioning
- Column Generation
- Results



Column Generation Method

(Branch-and-Generate, Marsten 1994)



Column Generation Method

$$\begin{array}{rcl}
 5x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 3x_4 + 3x_5 + 3x_6 + 9x_7 + 12x_8 + 5x_9 \cdots & \rightarrow \min & \\
 & x_6 + x_7 + x_8 + x_9 \cdots = & 1 \\
 & & x_5 + x_7 + x_8 + x_9 \cdots = 1 \\
 & & & x_4 + x_7 + x_8 + x_9 \cdots = 1 \\
 & & & & x_3 + x_8 \cdots = 1 \\
 & & & & & x_2 + x_7 \cdots = 1 \\
 & & & & & & x_1 + x_8 \cdots = 1 \\
 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9 \cdots & \geq & 0 \\
 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9 \cdots & \in & \mathbb{Z}
 \end{array}$$



Column Generation Method

$$\begin{array}{rcl}
 5x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 3x_4 + 3x_5 + 3x_6 + 9x_7 + 12x_8 + 5x_9 \cdots & \rightarrow \min & \\
 & x_6 + x_7 + x_8 + x_9 \cdots = & 1 \\
 & x_5 + x_7 + x_8 + x_9 \cdots = & 1 \\
 & x_4 + x_7 + x_8 + x_9 \cdots = & 1 \\
 & x_3 + x_8 \cdots = & 1 \\
 & x_2 + x_7 \cdots = & 1 \\
 & x_1 + x_8 \cdots = & 1 \\
 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9 \cdots & \geq & 0
 \end{array}$$

■ Primal LP



Column Generation Method

■ Dual LP

$$\begin{array}{rcl}
 p_1 & & \leq 5 \\
 & p_2 & \leq 5 \\
 & & p_3 \leq 3 \\
 & & & p_4 \leq 3 \\
 & & & & p_5 \leq 3 \\
 & & & & & p_6 \leq 3 \\
 p_1 + p_2 + p_3 & & = 9 \\
 & p_2 + p_4 + p_5 + p_6 & \leq 9 \\
 p_1 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 & \leq 12 \\
 & p_4 + p_5 + p_6 & = 5 \\
 & & \dots \leq \dots
 \end{array}$$

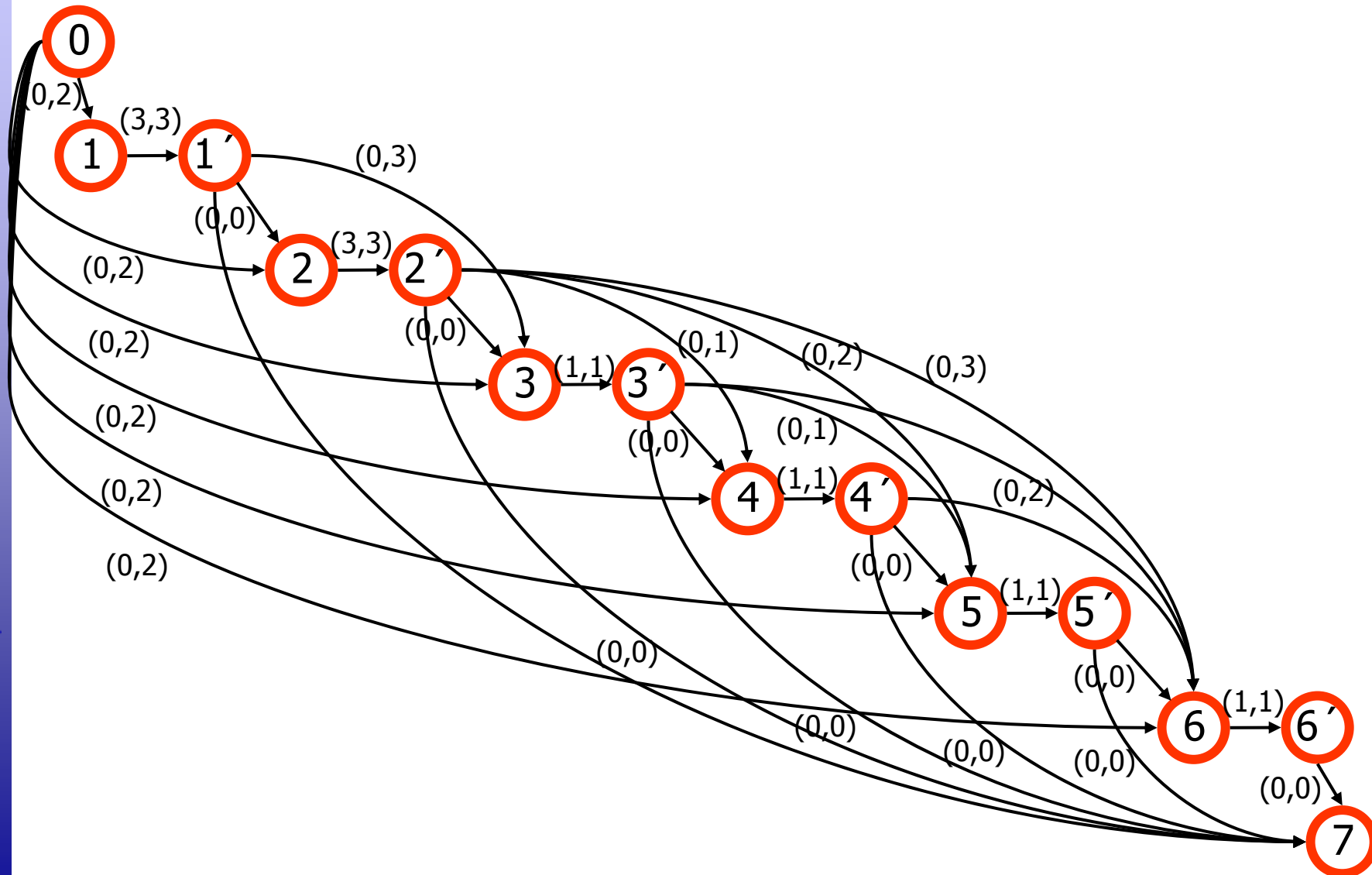


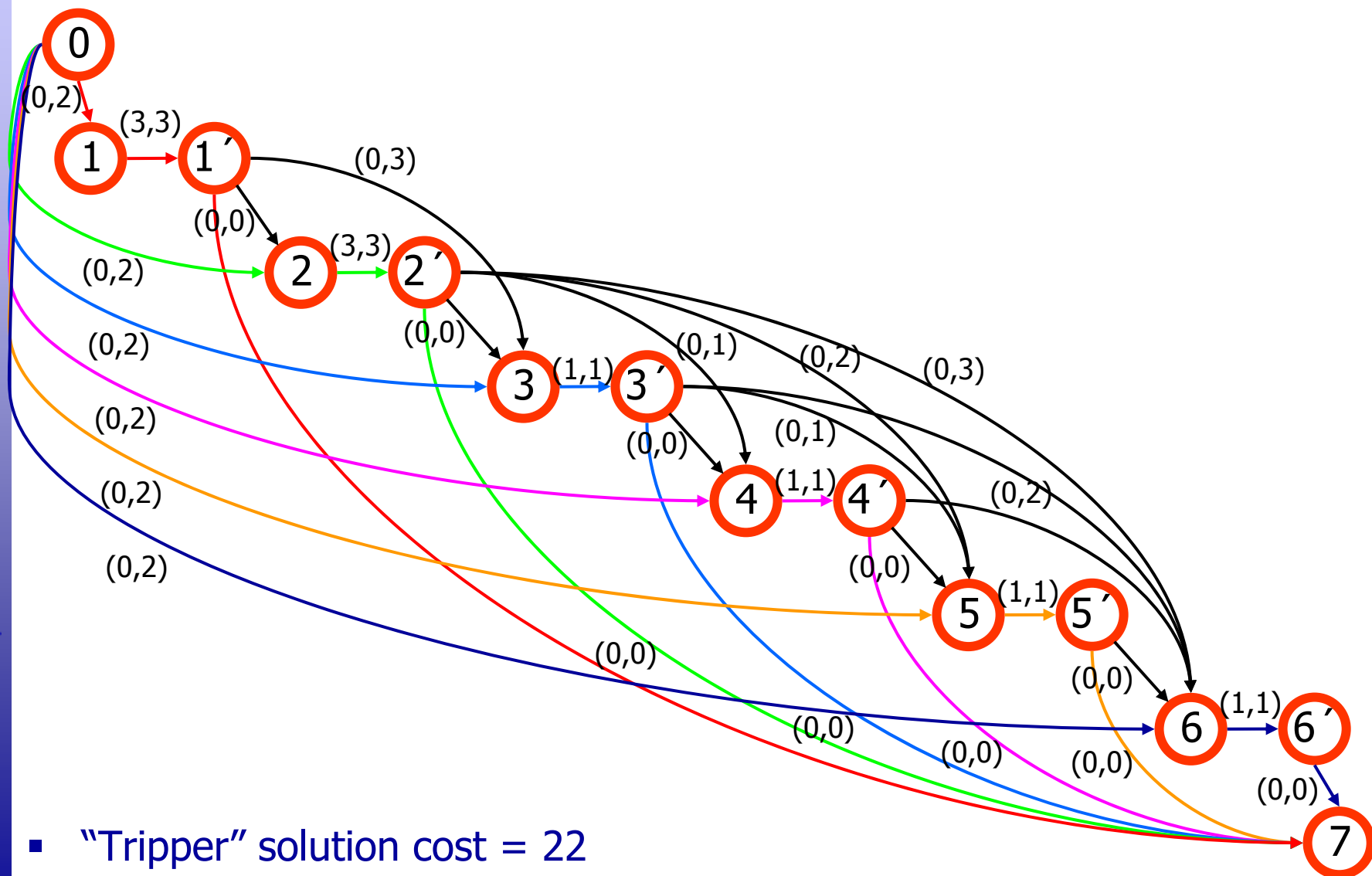
Constrained Shortest Path Problem

- **Definition:** *Length-constrained acyclic shortest path problem (CSP)*
 - Input: Acyclic Digraph $D=(V,A)$ with source s , sink t , integer lengths z_{ij} and costs c_{ij} for all arcs ij and an integer bound L .
 - Output: An (s,t) -path with length $\leq L$ with minimal, possibly negative, costs.
- **Observation:** The problem to construct an improving pairing is a length-constrained acyclic shortest path problem.
- **Theorem:** The CSP is NP-hard.



Crew Scheduling Algorithm

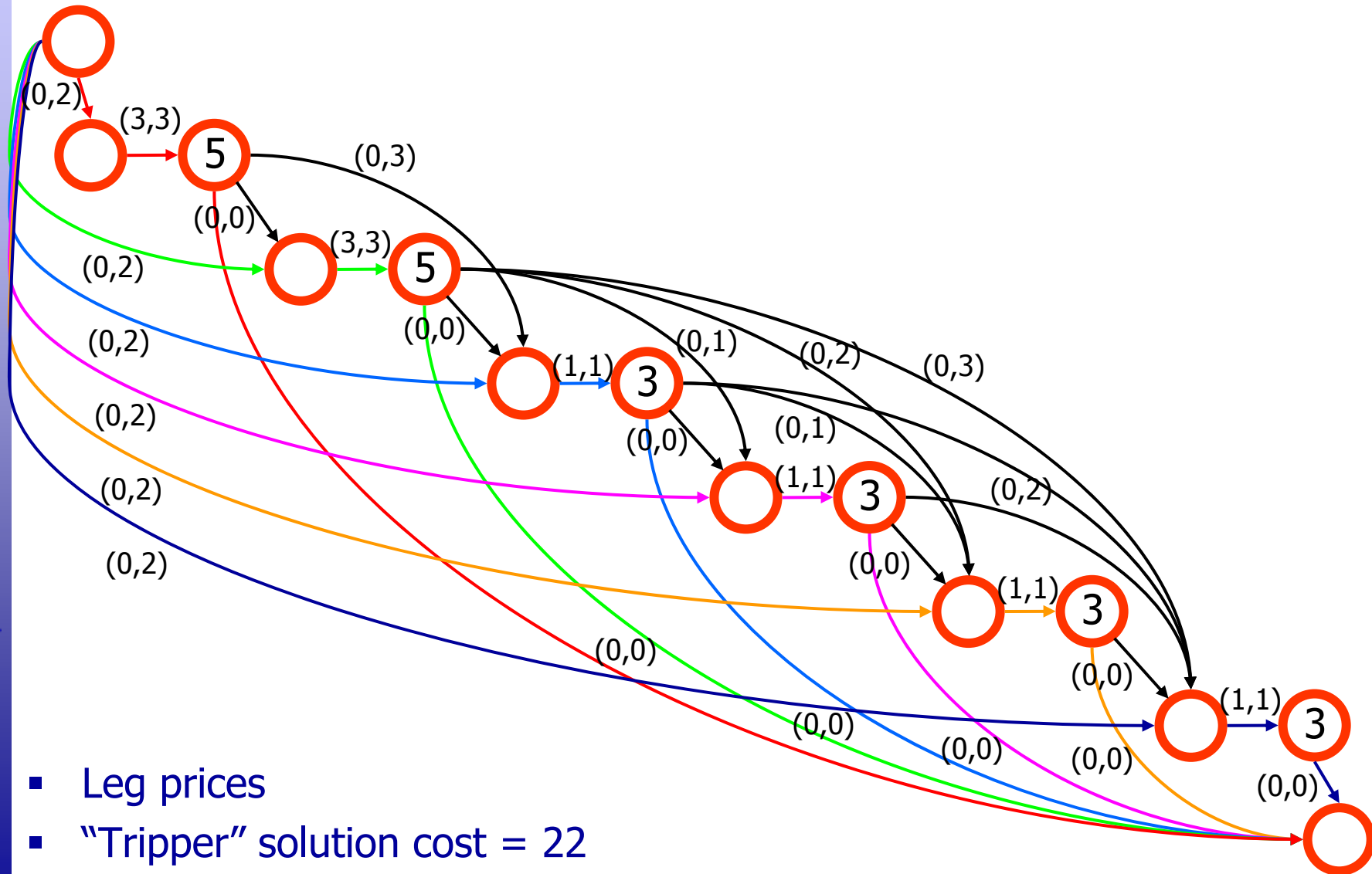




- “Tripper” solution cost = 22

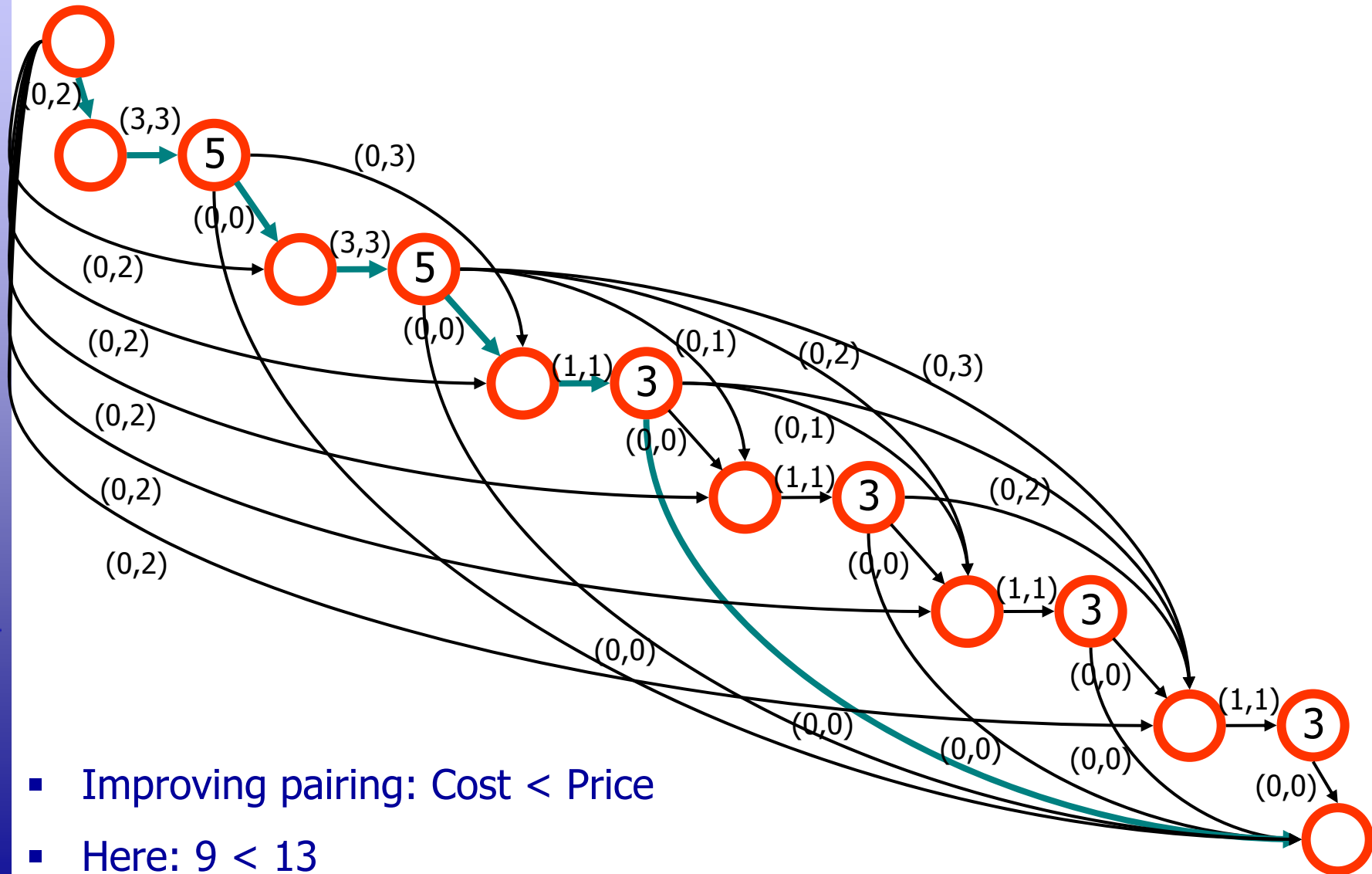


Crew Scheduling Algorithm



- Leg prices
- “Tripper” solution cost = 22

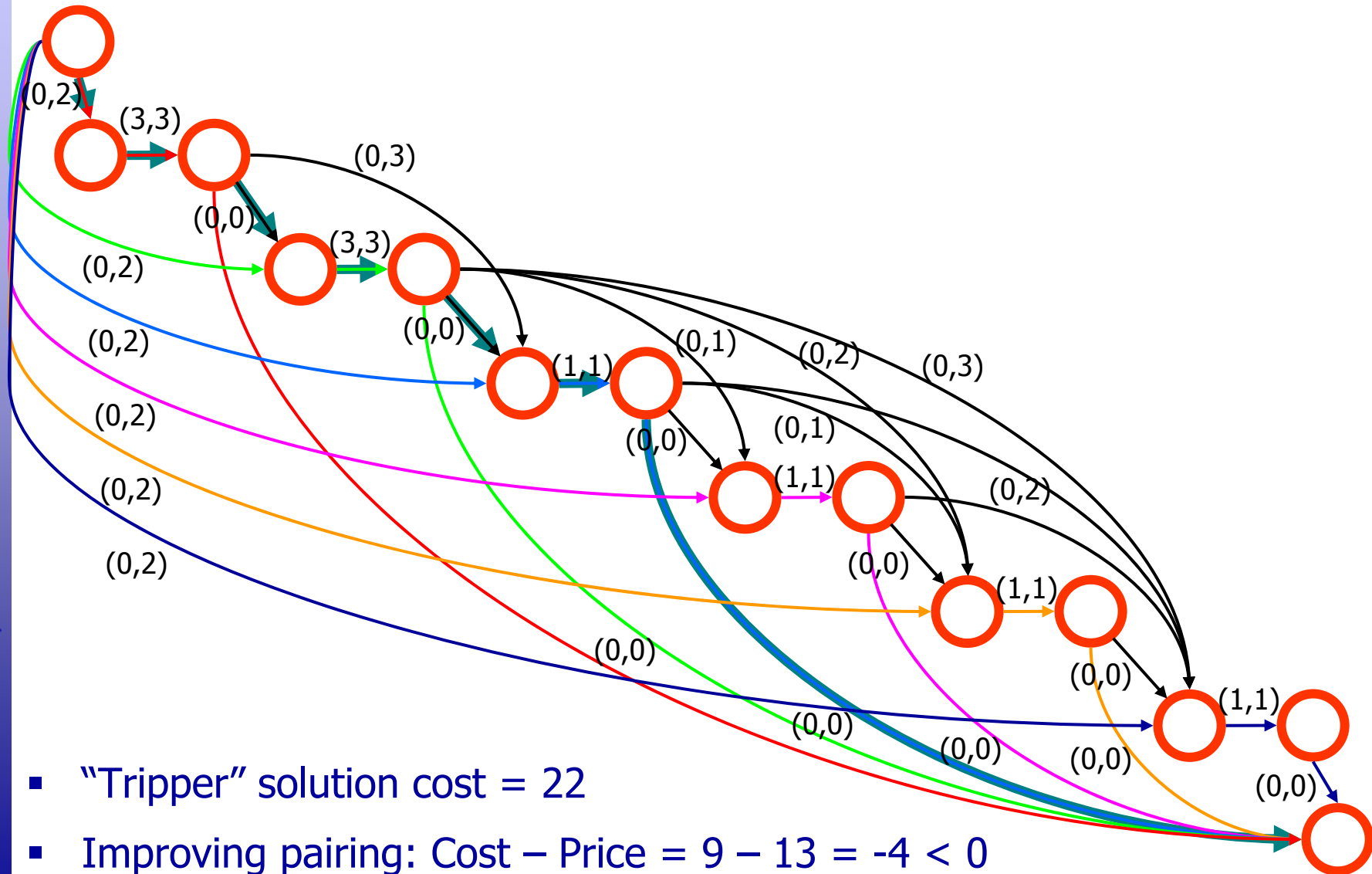
Crew Scheduling Algorithm



- Improving pairing: $\text{Cost} < \text{Price}$
- Here: $9 < 13$

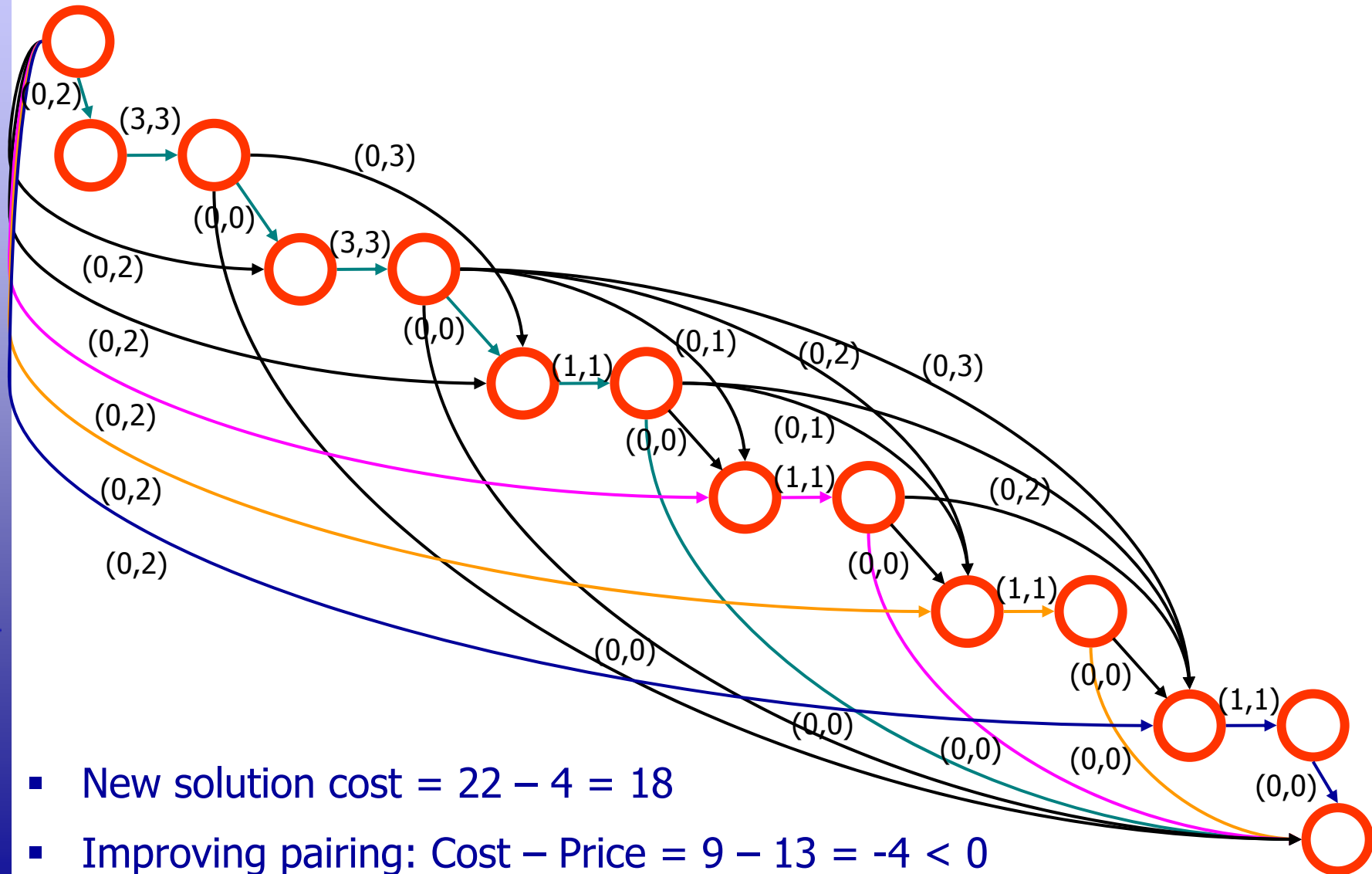


Crew Scheduling Algorithm



- “Tripper” solution cost = 22
- Improving pairing: Cost – Price = 9 – 13 = -4 < 0

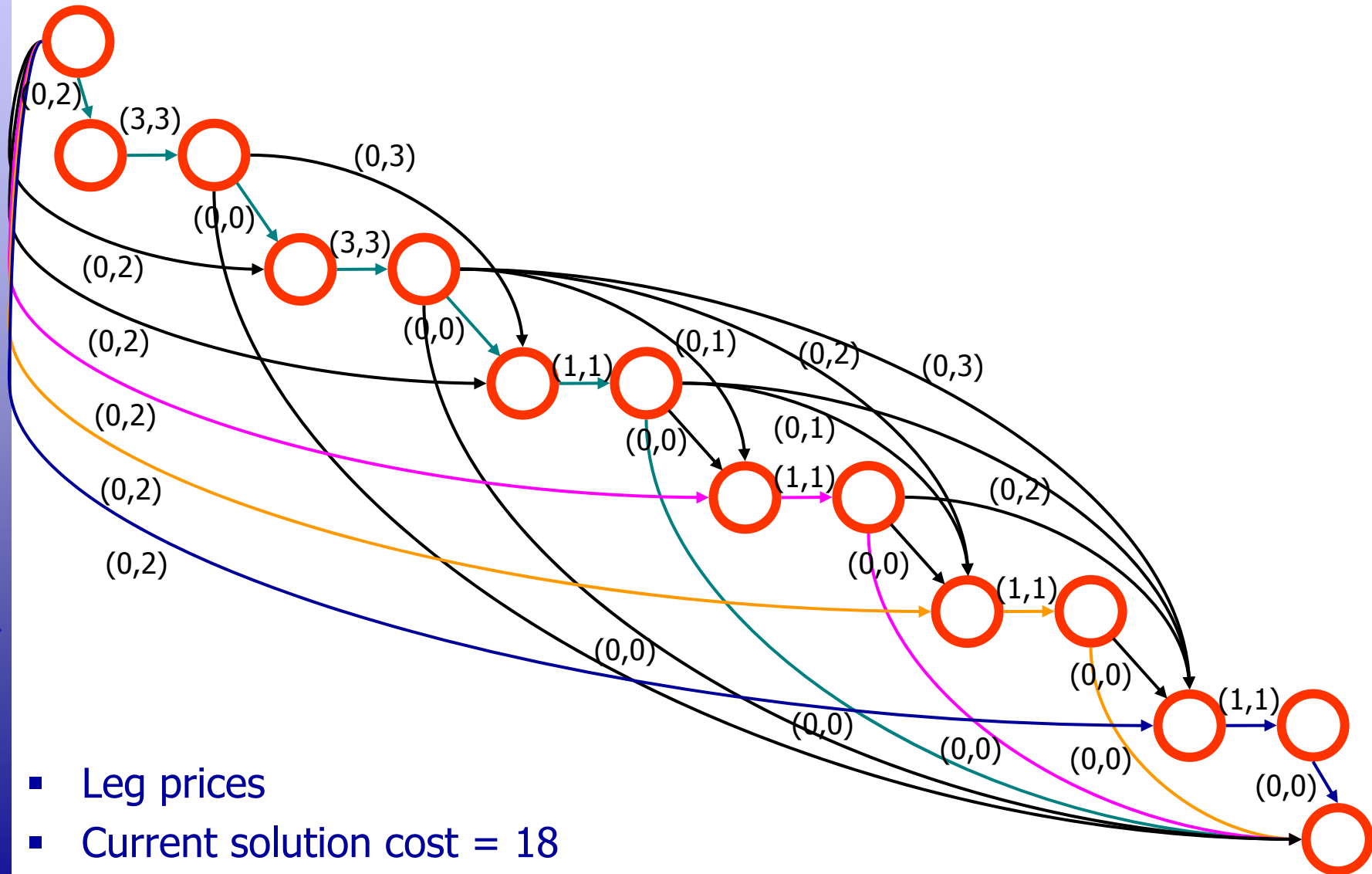
Crew Scheduling Algorithm



- New solution cost = $22 - 4 = 18$
- Improving pairing: Cost - Price = $9 - 13 = -4 < 0$

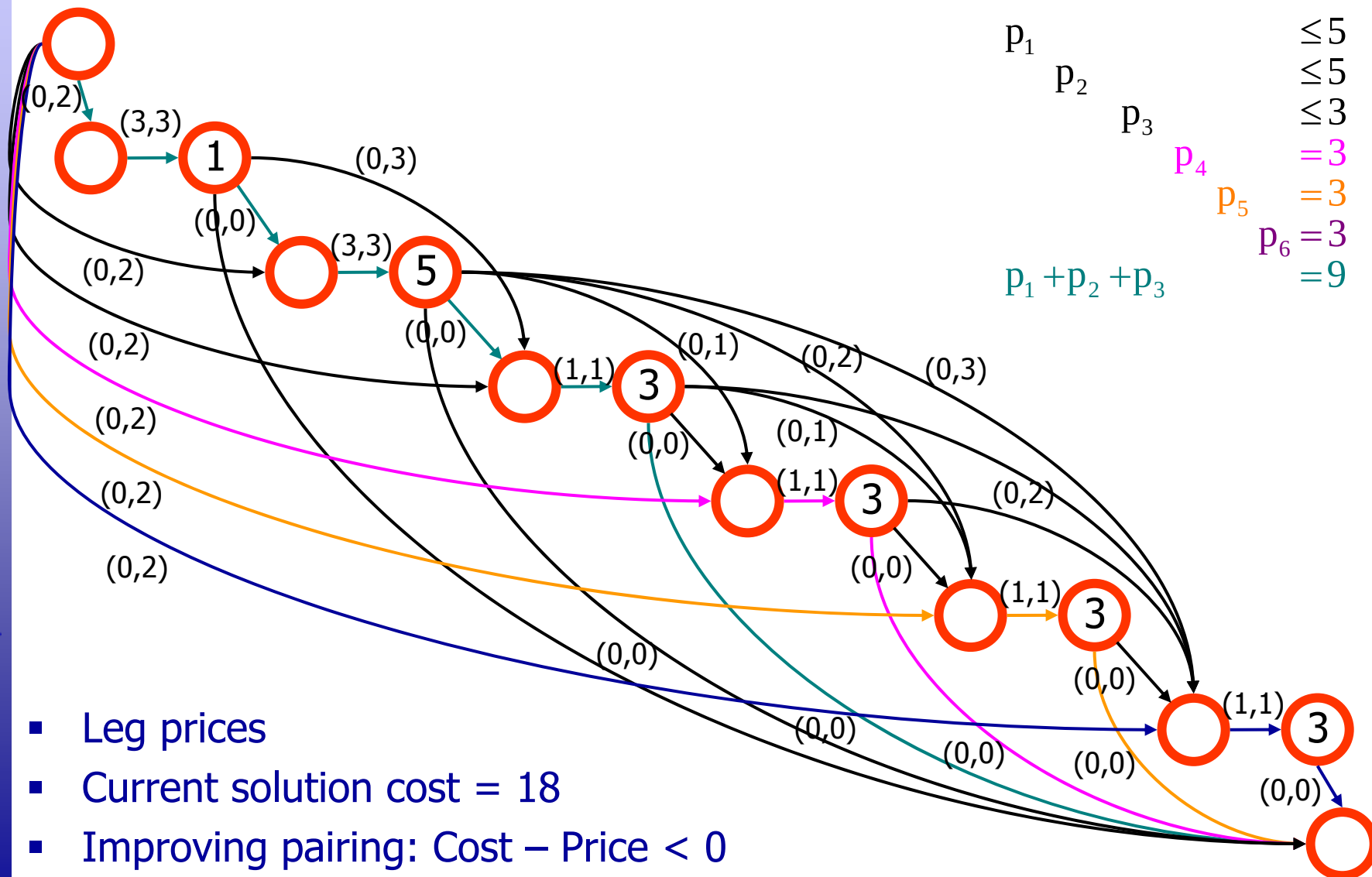


Crew Scheduling Algorithm



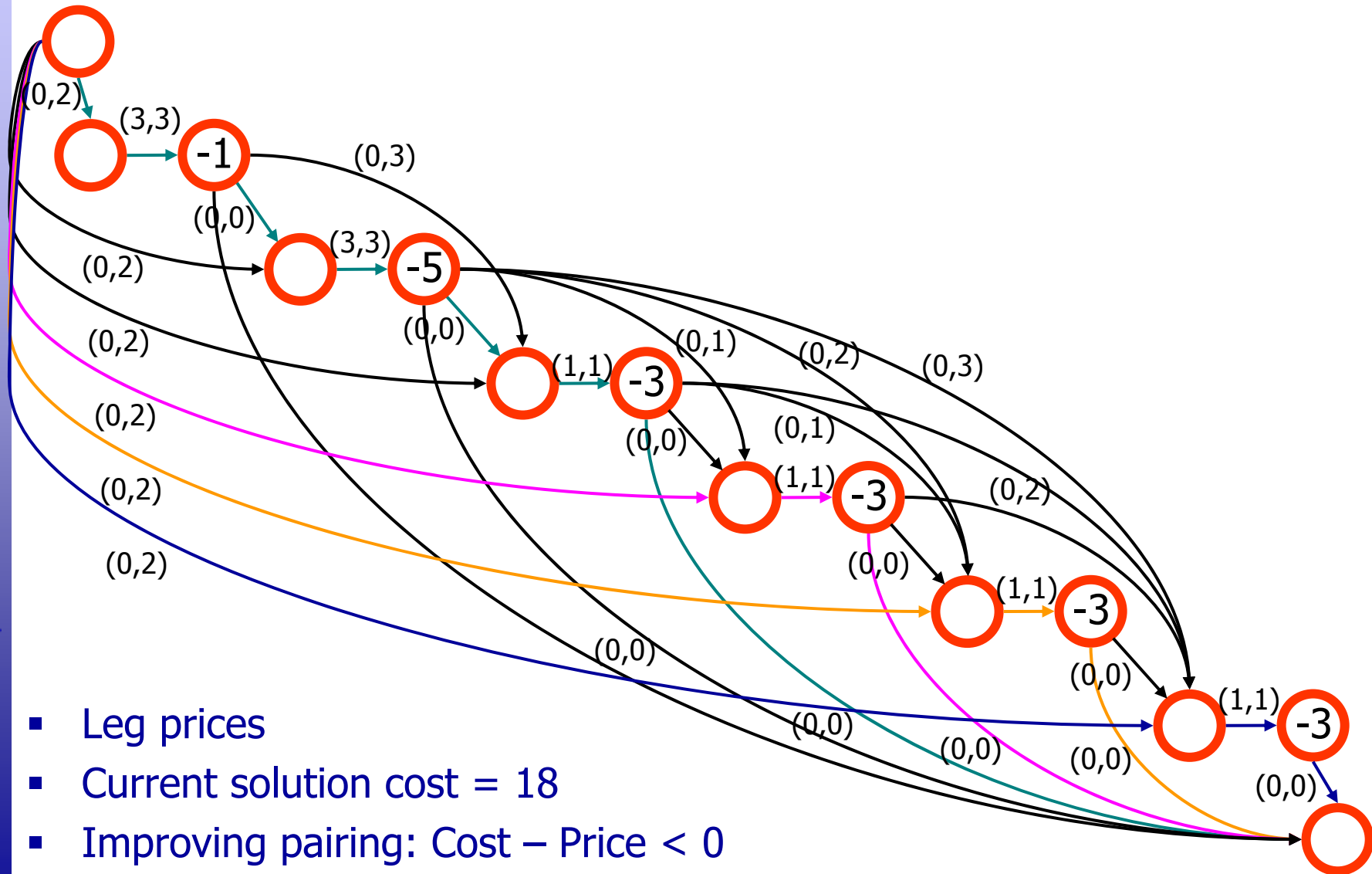
- Leg prices
- Current solution cost = 18





- Leg prices
- Current solution cost = 18
- Improving pairing: $\text{Cost} - \text{Price} < 0$

Crew Scheduling Algorithm

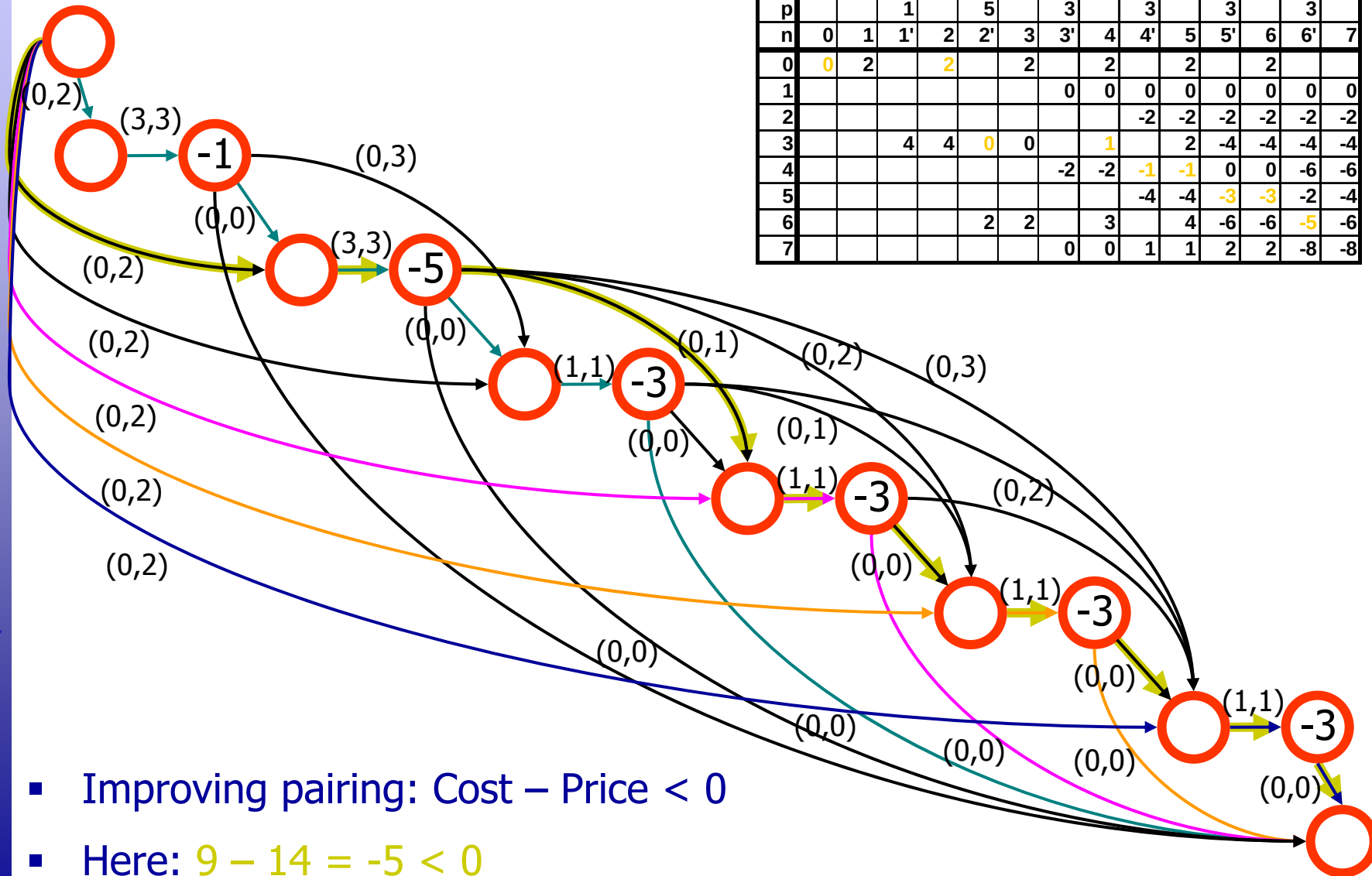


- Leg prices
- Current solution cost = 18
- Improving pairing: $\text{Cost} - \text{Price} < 0$



Crew Scheduling Algorithm

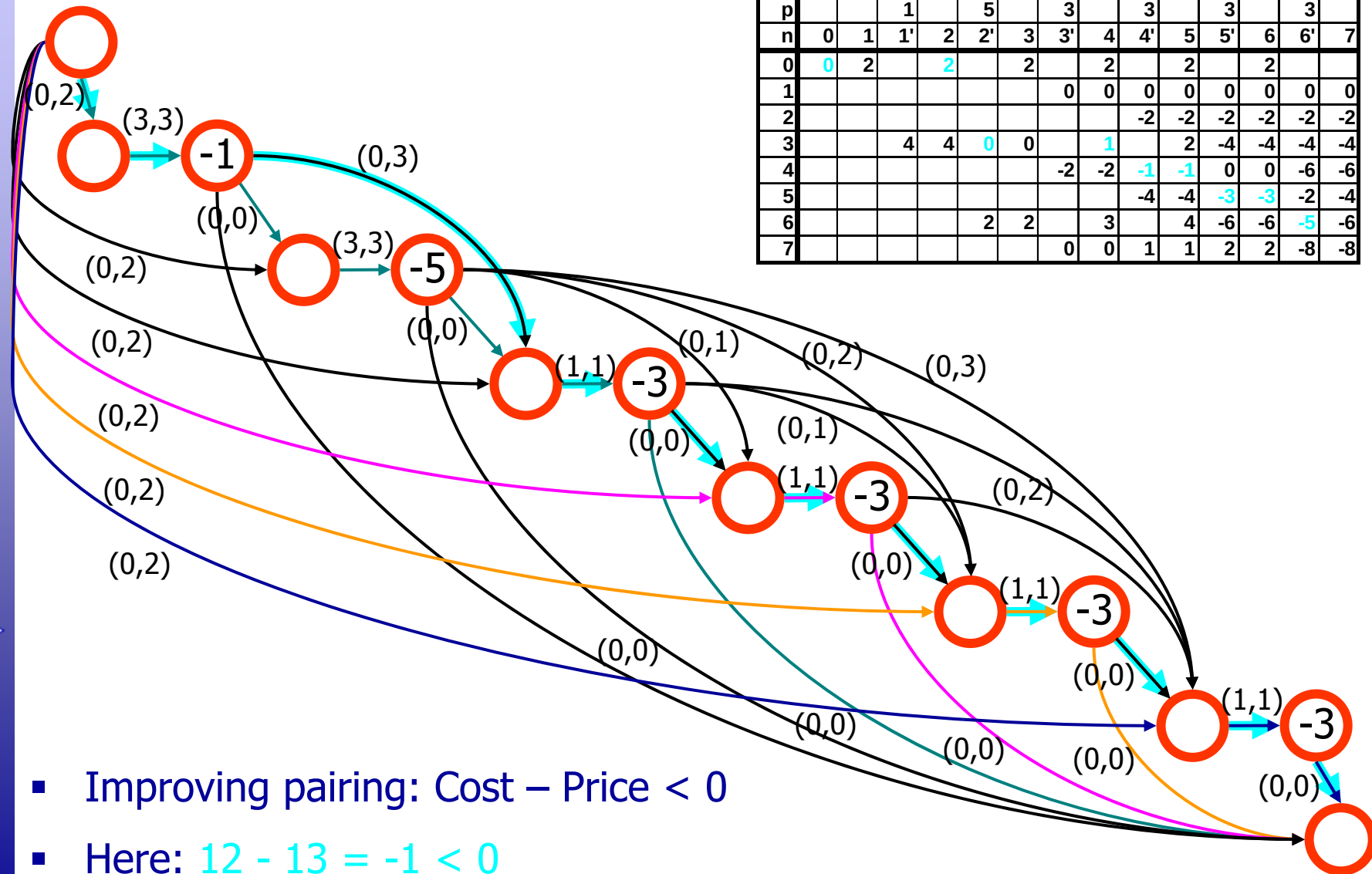
p \ n	0	1	1'	2	2'	3	3'	4	4'	5	5'	6	6'	7
0	0	2		2		2		2		2		2		
1							0	0	0	0	0	0	0	0
2									-2	-2	-2	-2	-2	-2
3			4	4	0		1		2	-4	-4	-4	-4	-4
4							-2	-2	-1	-1	0	0	-6	-6
5									-4	-4	-3	-3	-2	-4
6					2	2		3		4	-6	-6	-5	-6
7							0	0	1	1	2	2	-8	-8



- Improving pairing: $\text{Cost} - \text{Price} < 0$
- Here: $9 - 14 = -5 < 0$



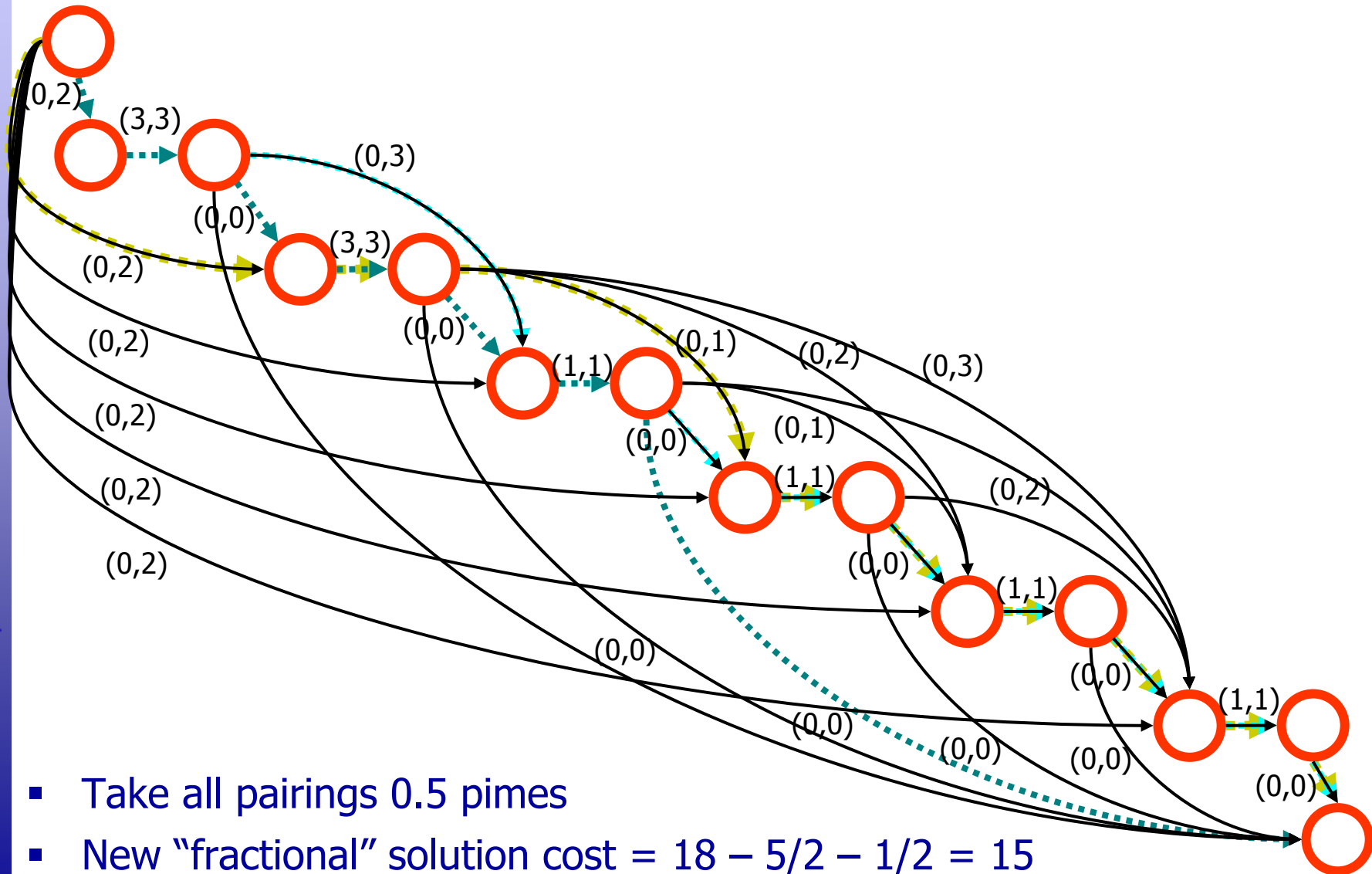
Crew Scheduling Algorithm



p			1		5		3		3		3		3	
n	0	1	1'	2	2'	3	3'	4	4'	5	5'	6	6'	7
0	0	2		2		2		2		2		2		
1							0	0	0	0	0	0	0	0
2									-2	-2	-2	-2	-2	-2
3			4	4	0			1		2	-4	-4	-4	-4
4							-2	-2	-1	-1	0	0	-6	-6
5									-4	-4	-3	-3	-2	-4
6					2	2		3		4	-6	-6	-5	-6
7							0	0	1	1	2	2	-8	-8

- Improving pairing: $\text{Cost} - \text{Price} < 0$
- Here: $12 - 13 = -1 < 0$

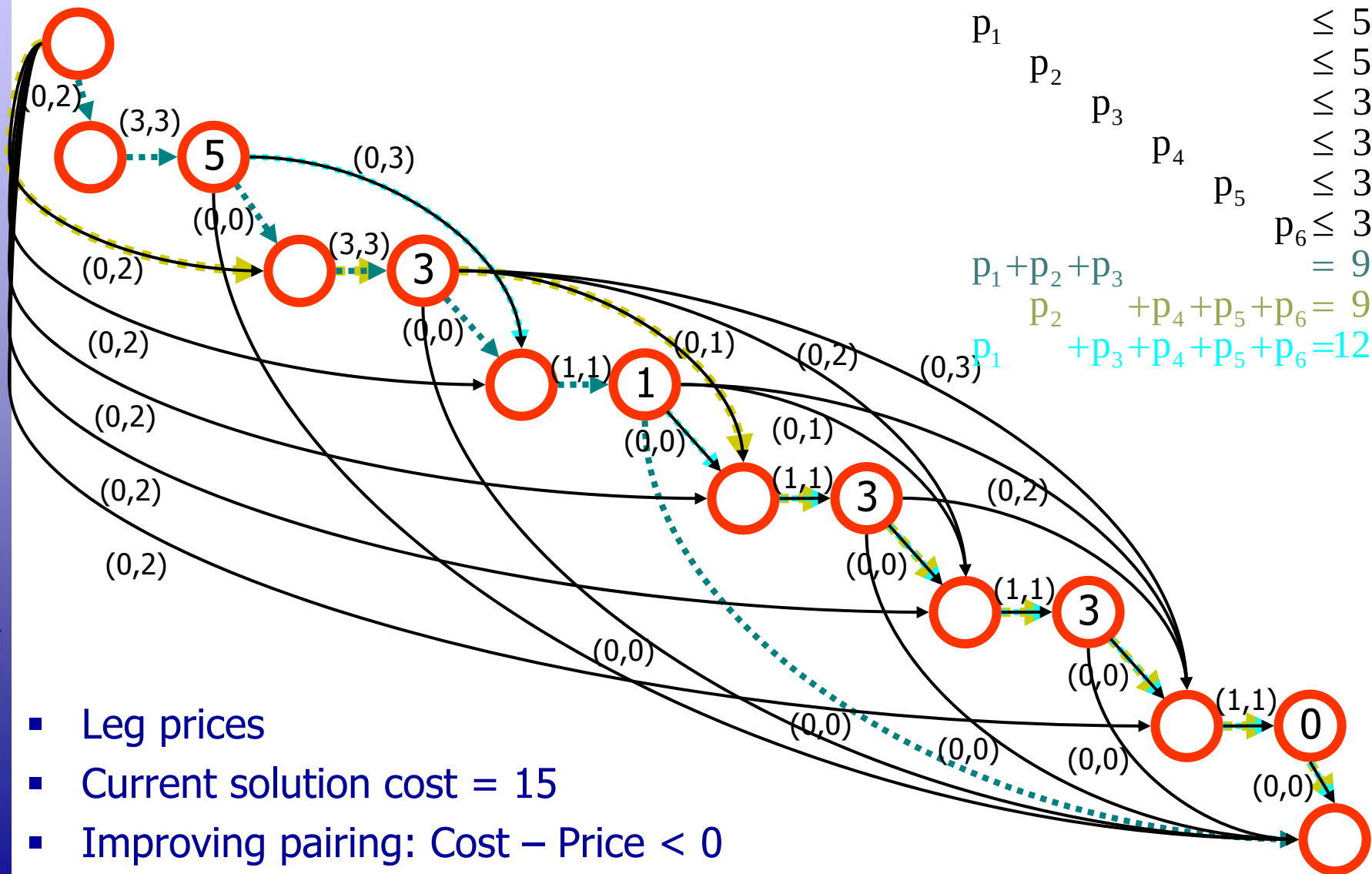
Crew Scheduling Algorithm



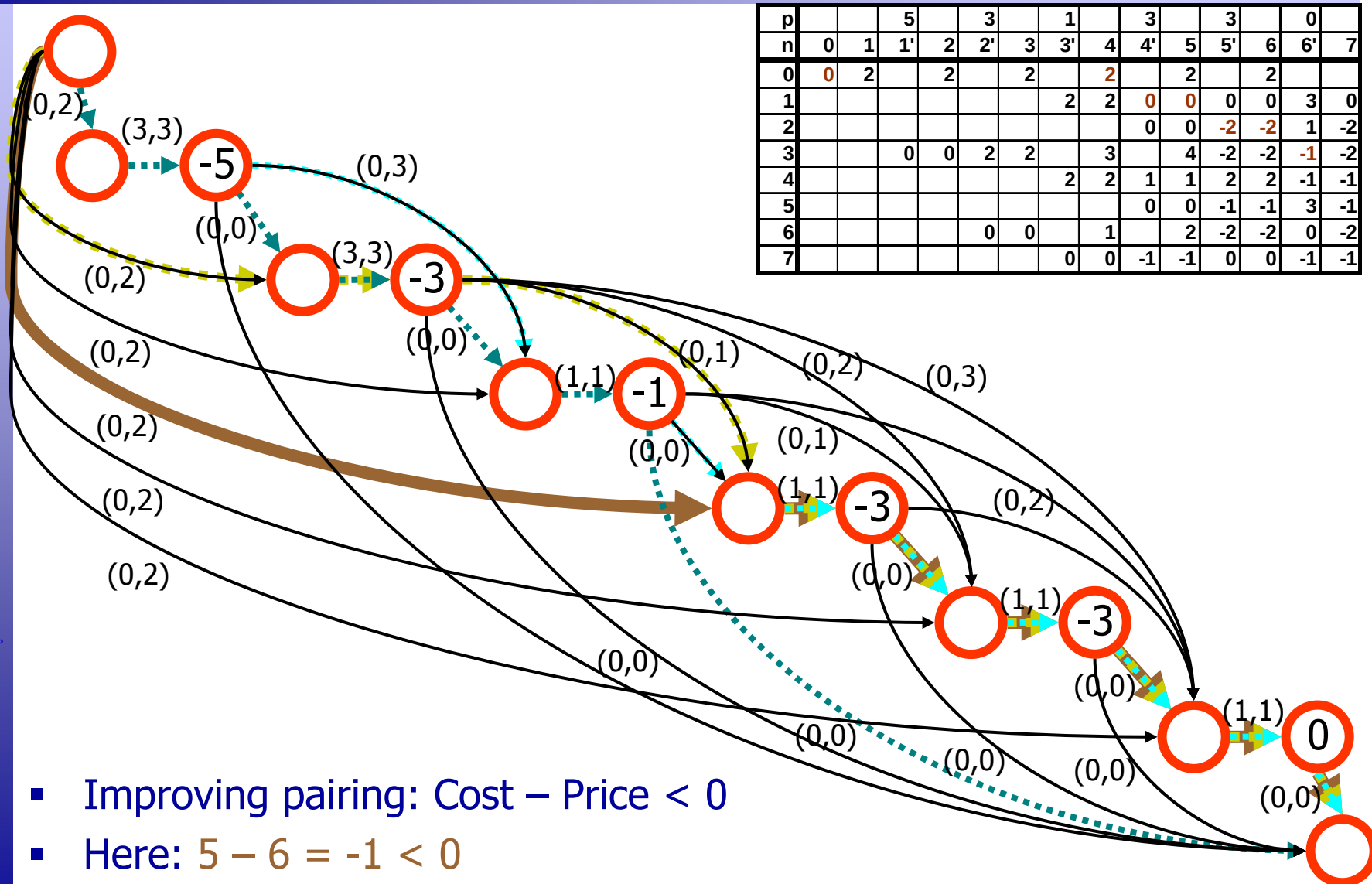
- Take all pairings 0.5 times
- New "fractional" solution cost = $18 - 5/2 - 1/2 = 15$



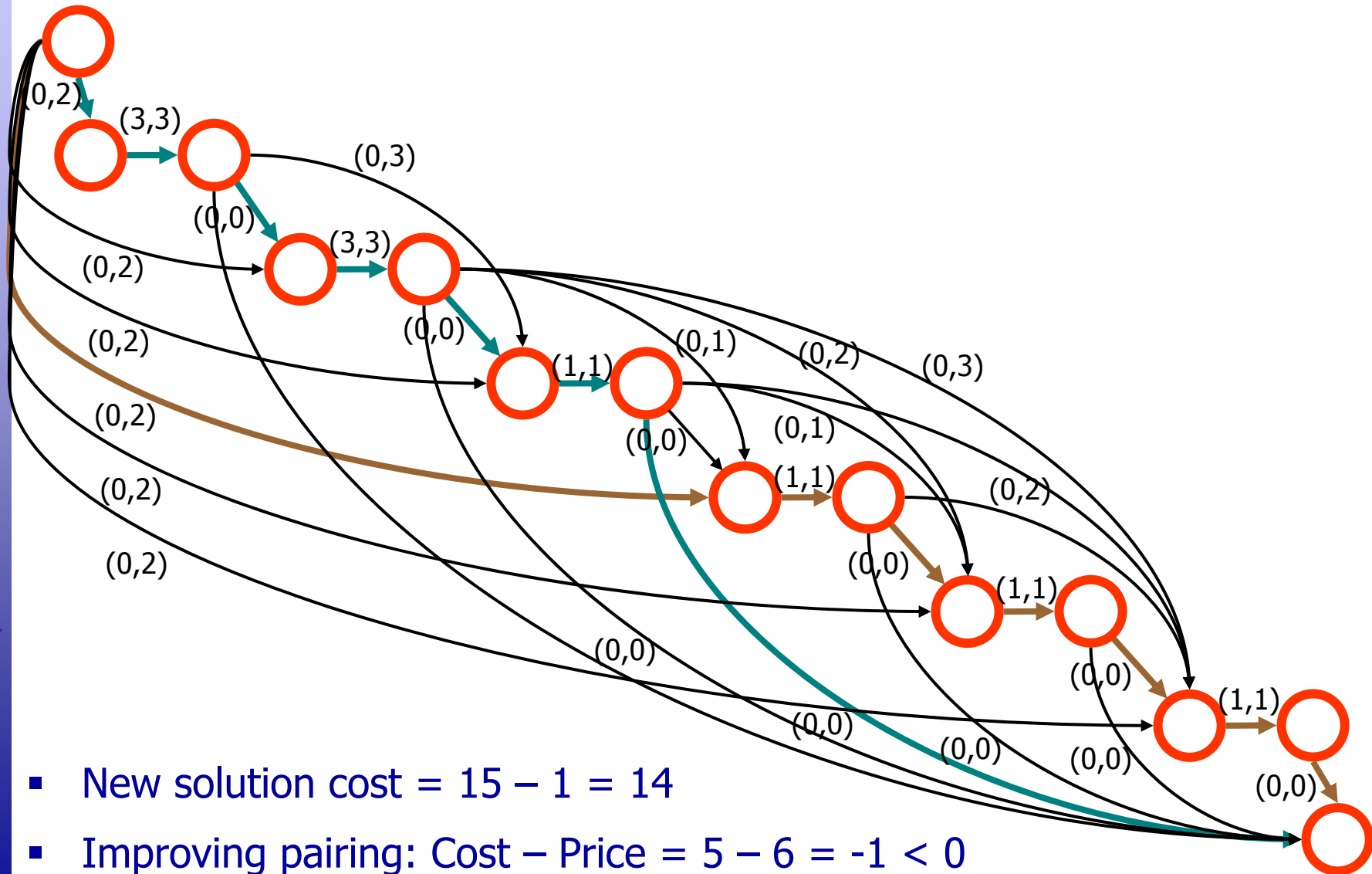
Crew Scheduling Algorithm

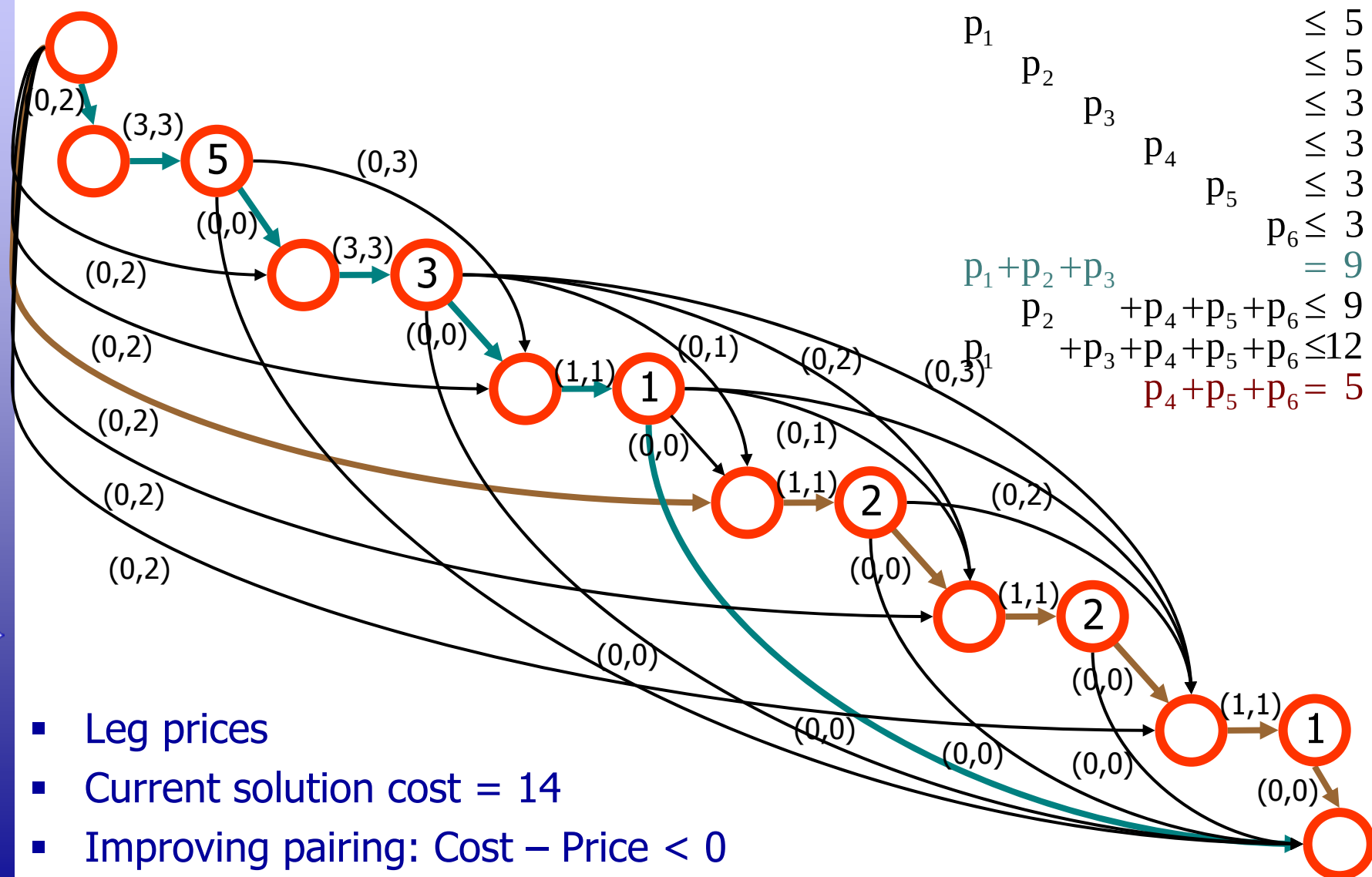


Crew Scheduling Algorithm



Crew Scheduling Algorithm

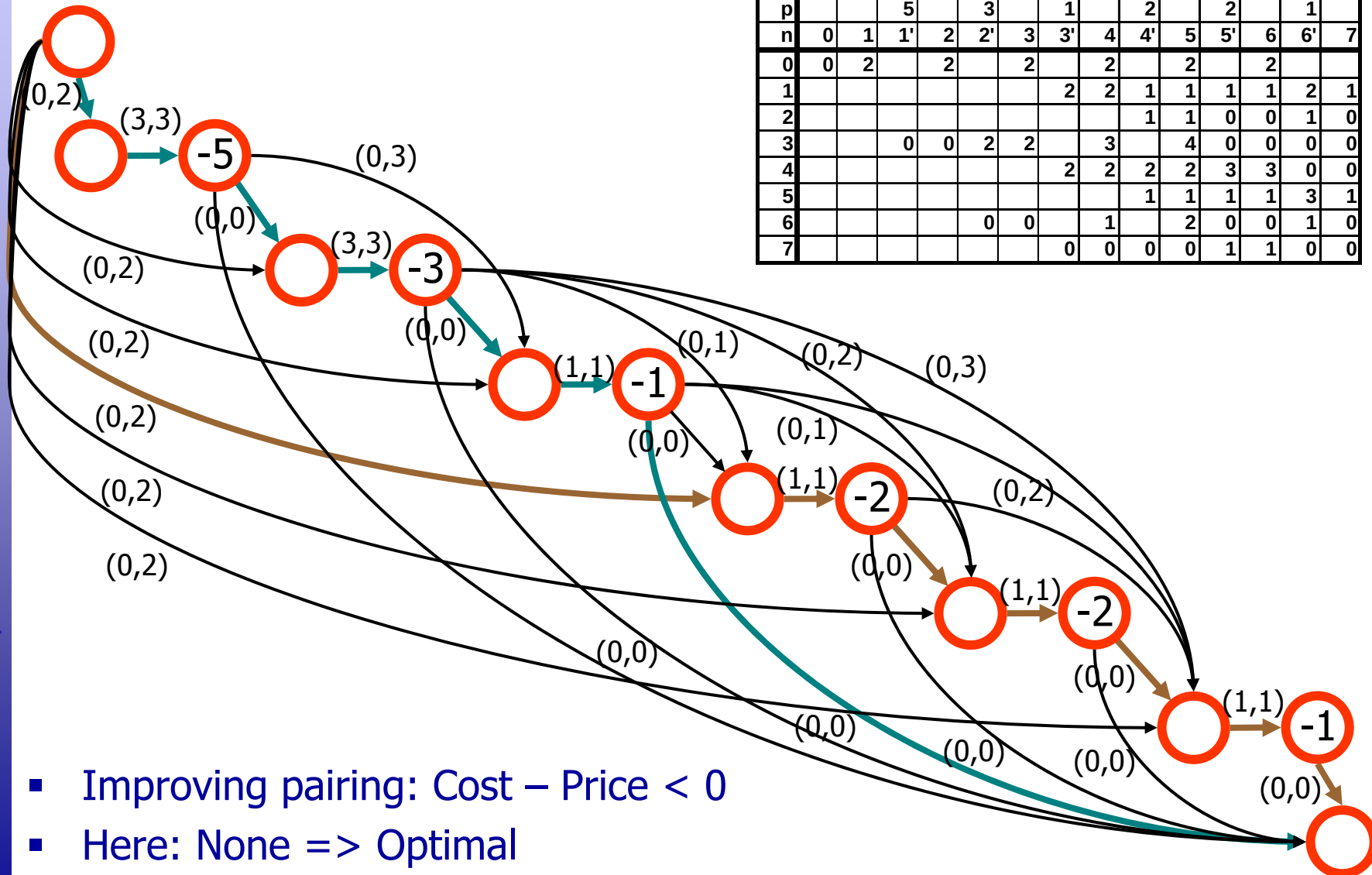




- Leg prices
- Current solution cost = 14
- Improving pairing: $\text{Cost} - \text{Price} < 0$

Crew Scheduling Algorithm

p			5		3		1		2		2		1	
n	0	1	1'	2	2'	3	3'	4	4'	5	5'	6	6'	7
0	0	2		2		2		2		2		2		
1							2	2		1	1	1	1	2
2									1	1	0	0	1	0
3			0	0	2	2		3		4	0	0	0	0
4							2	2	2	2	3	3	0	0
5									1	1	1	1	3	1
6					0	0		1		2	0	0	1	0
7							0	0	0	0	1	1	0	0



Further Issues

- LP-relaxation
 - Simplex, barrier, bundle, subgradient, coordinate ascent, ...
 - Stabilization, aggregation, ...
- Constrained shortest paths
 - Dynamic programming, multilabeling, approximation, targeted search, k-shortest-paths, ...
- Primal heuristics
 - BANG, rapid braching, next availables, probabilistic rounding, static SPP, ...
- Branching
 - Ryan & Foster rule, ...
- Integration
 - Vehicle & crew, multiple crews, multiple periods, pairings & rosters, ...



Outline

- Introduction
- Crew Scheduling Models
 - Freight Train Scheduling
 - Duty Scheduling in Public Transit
 - Airline Crew Scheduling
 - Telebus
- Path Covering and Set Partitioning
- Column Generation
- Results



- The company (bus department)
 - 200 buses
 - 280 drivers
 - 1 depot
- Vehicle- and duty optimization
(using VS-OPT and DS-OPT in Microbus 2)
 - 01.01.2000: Measuring the driving times of all lines
 - 01.01.2001: Optimization runs
 - 30.06.2001: Production schedule, case studies



Erzielte Einsparungen durch die Dienstoptimierung:



Im Busbereich konnten an einem Werktag bei einer Gesamtzahl von ca. 280 Diensten 12 Dienste eingespart werden.



Im Bahnbereich konnten an einem Werktag bei einer Gesamtzahl von ca. 120 Diensten 3 Dienste eingespart werden werden.

Slide of SWB

Fazit:



Einsparziele durch die Optimierungen wurden voll erfüllt.



Durch die vollständige Verplanung aller Dienststücke ist der manuelle Bearbeitungsaufwand - nach anfänglichem Mehraufwand durch Eingabe der Grunddaten - drastisch gesunken, so dass zu einem Fahrplanwechsel z.B. dem BR mehrere kostengünstige Varianten zur Auswahl vorgelegt werden können.



Der Betrieb wird in die Lage versetzt, mehrere Varianten z.B. zur Kalkulation von zukünftigen Aufträgen zu erstellen.

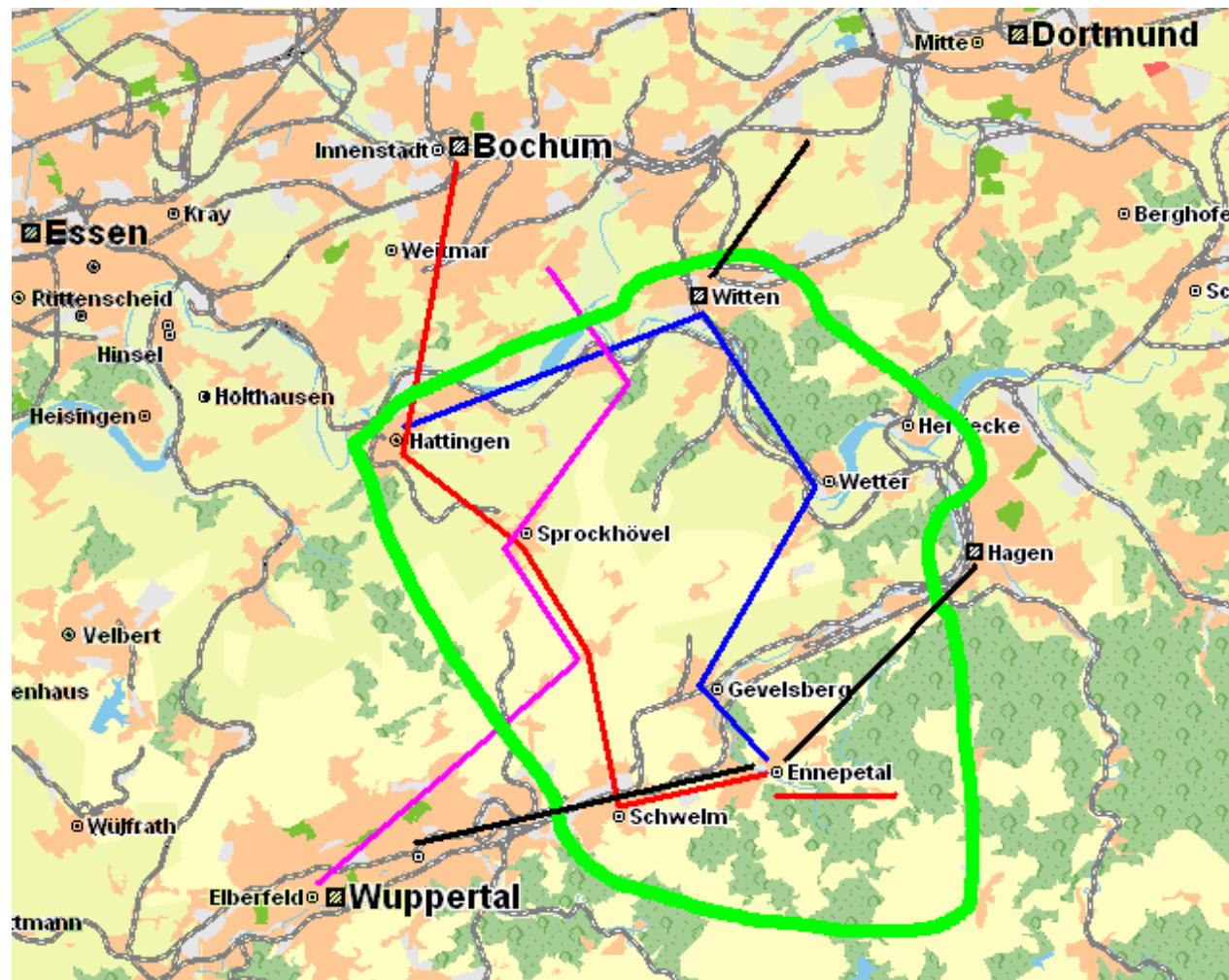
In Bonn wird z.Z. über die Verlagerung eines Busbetriebshofes nachgedacht. Mit der Umlauf- und Dienstplanoptimierung wurden wir in die Lage versetzt, die Kosten durch mehr Ein- und Aussetzkilometer bzw. -zeiten schnell und relativ genau zu ermitteln.

Slide of SWB

Verkehrsges. Ennepe-Ruhr



- 105 buses
- 200 drivers
- 42 lines
- 1 depots



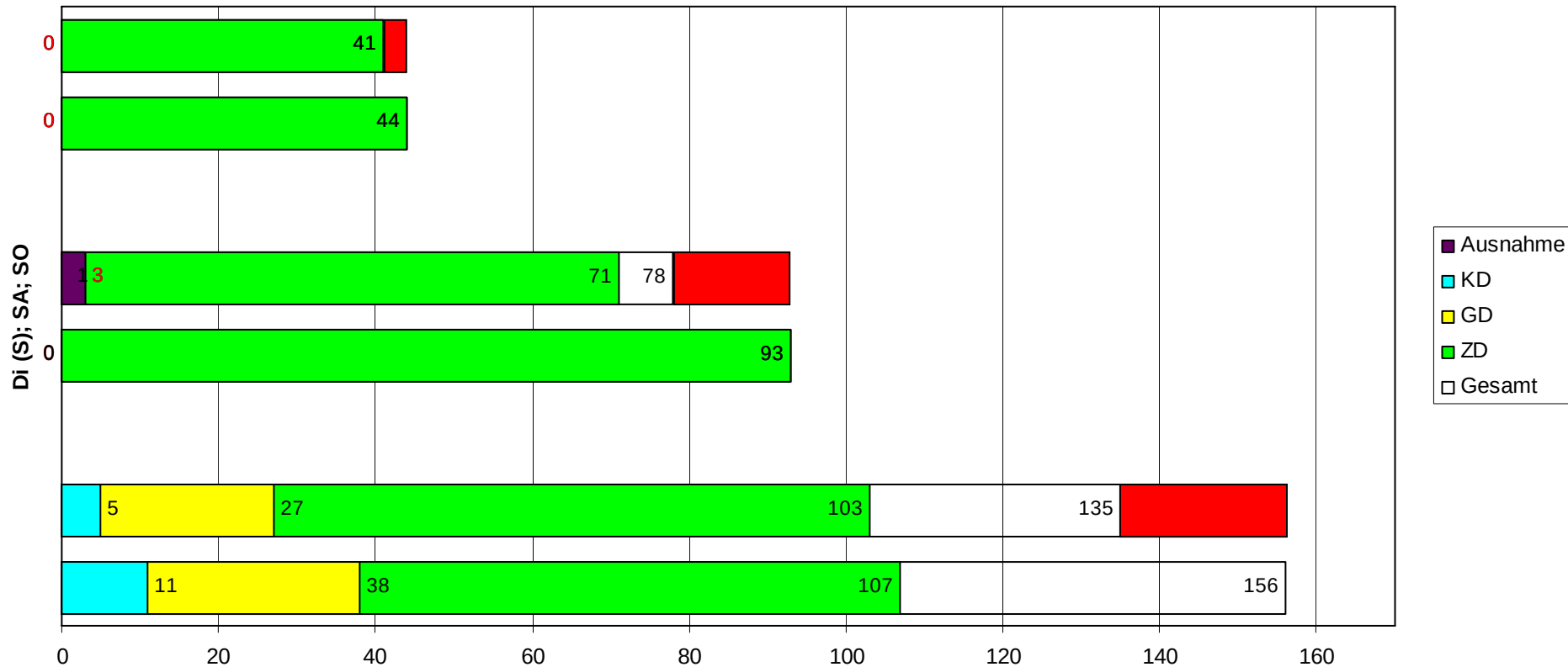
Die Grundlage

- **über Jahre hinweg nur einzeln angepasste Dienste**
- **in der Regel Umlauf = Dienst**
- **viele geteilte Dienste**
- **viele Kurzdienste (teilweise unter einer Stunde)**
- **viele Dienste mit geringer Dauer unter 6 Std**

Slide of VER

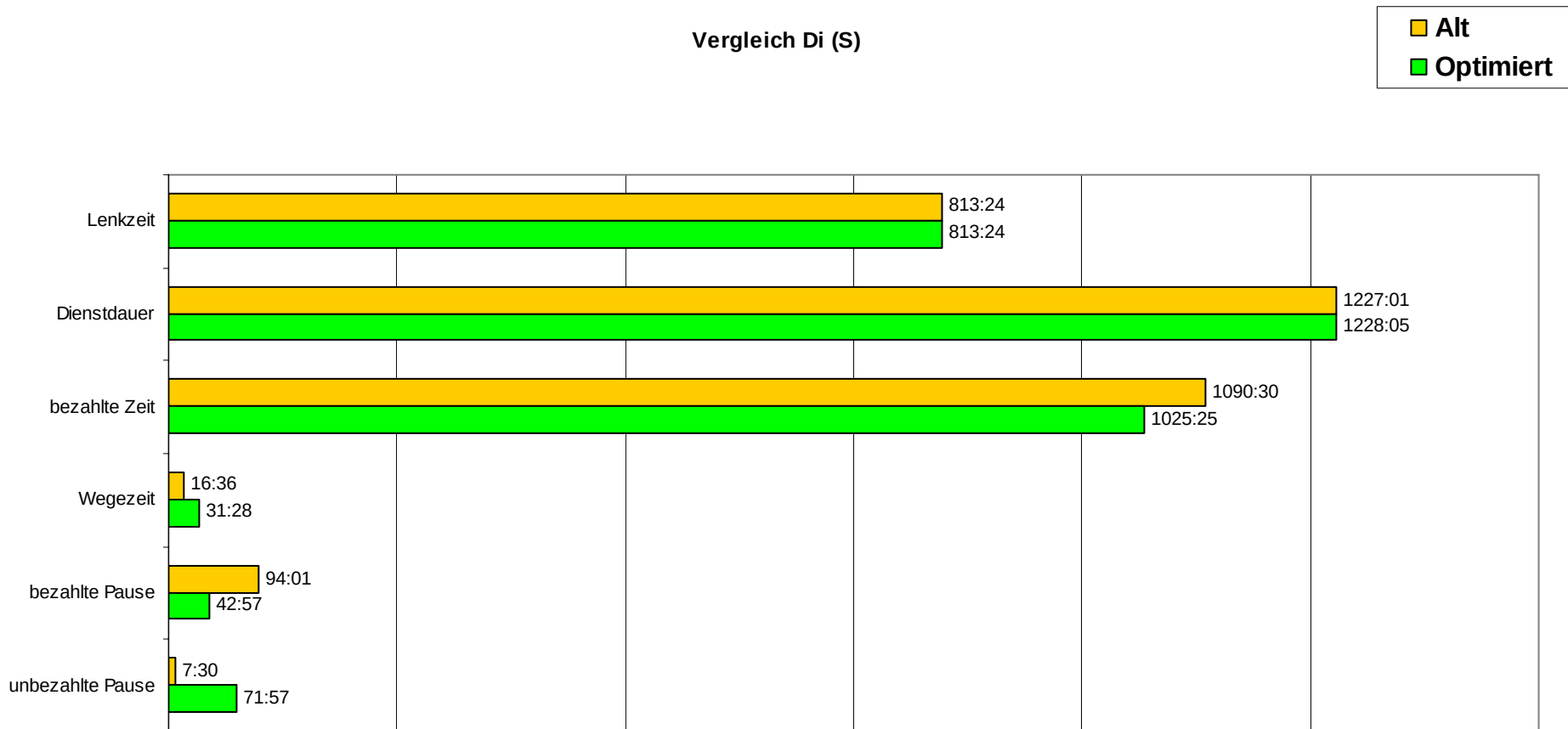
Vergleich alter und neuer Dienstplan Di (S), Sa und So

Anzahl der Dienste



Slide of VER

Vergleich Di (S) - Zeiten



Slide of VER

Optimierungsprojekt ESWE Wiesbaden Ergebnisse

	Dienst- art	Dienst- anzahl	bezahlte Zeit		Dienstdauer	
			Summe	Mittel	Summe	Mittel
Analyse	ZUS	218	1684:00	7:43	1684:00	7:43
	GET	59	460:29	7:48	460:29	7:48
	KURZ	6	7:59	1:19	7:59	1:19
	Summe	283	2152:28	7:36	2152:28	7:36
Szenario 1 wie Analyse, aber Abzug 1x30	ZUS	222	1660:21	7:28	1689:21	7:36
	GET	57	461:44	8:06	463:14	8:07
	KURZ	4	3:36	0:54	3:36	0:54
	Summe	283	2125:41	7:30	2156:11	7:37
Szenario 2 wie Analyse, aber GET bis 19:00	ZUS	173	1470:47	8:30	1470:47	8:30
	GET	76 (40)*	659:06	8:40	659:06	8:40
	KURZ	4	4:32	1:08	4:32	1:08
	Summe	253	2134:25	8:26	2134:25	8:26
Szenario 3 Abzug 1x30 GET bis 19:00	ZUS	193	1610:46	8:20	1634:16	8:28
	GET	58 (38)*	503:36	8:40	504:36	8:42
	KURZ	0				
	Summe	251	2114:22	8:25	2138:52	8:31
Szenario 4 Abzug 1x30 GET bis 20:00	ZUS	175	1510:34	8:37	1534:34	8:46
	GET	67 (36)*	602:36	8:59	605:06	9:01
	KURZ	0				
	Summe	242	2113:10	8:43	2139:40	8:50

* Anteil der geteilten Dienste mit Dienstende nach 18:00 Uhr

08M2 Lecture

Crew Scheduling Problems

The End



Ralf Borndörfer

- DFG-Forschungszentrum MATHEON “Mathematics for key technologies”
- Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin (ZIB)
- Löbel, Borndörfer & Weider GbR (LBW)

borndorfer@zib.de

<http://www.zib.de/borndorfer>