

# 06M2 Lecture

## Service Vehicle Scheduling ("Yellow Angels" of ADAC)

**Martin Grötschel**

**Beijing Block Course**

**"Combinatorial Optimization at Work"**

**September 25 – October 6, 2006**



Martin Grötschel

- Institut für Mathematik, Technische Universität Berlin (TUB)
- DFG-Forschungszentrum "Mathematik für Schlüsseltechnologien" (MATHEON)
- Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin (ZIB)

groetschel@zib.de

<http://www.zib.de/groetschel>

# Contents

---

1. **ADAC and the Yellow Angels**
2. The Dispatching Problem
3. The “Yellow Angels Model”
4. Results



# Allgemeiner Deutscher AutomobilClub



Exklusiv für Mitglieder

Login

ANZEIGE

## Das ADAC-Goldkarten-Doppel

Wichtige Reise-Versicherungen inkl.



Mein ADAC

Mitglied werden

Join ADAC

Newsletter

E-Cards

Kontakt

Warenkorb

Stichwortsuche

### Mitgliedschaft & Leistungen

- Mitgliedschaft
- Jugendclub ADACDRIVE
- Führerschein-Neulinge
- fit & mobil
- Pannenhilfe
- Luftrettung
- AmbulanceService
- TruckService
- Notruf Ausland
- Wichtige Telefonnummern
- Newsletter
- motorwelt

- Mitgliedervorteile
- Verkehr
- Sicherheitstraining
- Autovermietung
- ReiseService

Home > Mitgliedschaft & Leistungen > Pannenhilfe

## Mitgliedschaft & Leistungen

### Pannenhilfe



Knapp 1700 Gelbe Engel sind rund um die Uhr für Sie im Einsatz, um Ihnen bei Pannen oder Unfällen auf Bundesautobahnen, in Großstädten und in Ballungsgebieten zu helfen. Fünf mit modernster Technik ausgestattete Pannenhilfe-Zentralen nehmen Ihren Hilferuf entgegen und organisieren den Helfer, der am schnellsten bei Ihnen sein kann.

Zusätzlich stehen mehr als 4000 Pannenhilfe - Fahrzeuge des ADAC-Straßendienstes rund um die Uhr zur Verfügung.



#### Pannenhilfe-Bilanz

Neuer Einsatzrekord bei Straßenwacht und Straßendiensten. **Mehr...**



#### Pannenaufnahme

Ihre Panne innerhalb Deutschlands können Sie auch per Online-Formular melden. **Mehr...**



#### Die Pannenstatistik

Über 90 Modellreihen im Urteil der Pannenhelfer.. **Mehr...**



### Kraftstoffpreise

Kraftstoff  
Super

Ort

### Autokatalog

Technische Daten für über 6000 Modelle mit Autokosten

Alfa Romeo

### Wir sind für Sie da.

- Wichtige Telefonnummern
- Notrufstationen

### Der Club für Sie.

- ADAC Mitgliedschaften
- Führerschein-Neulinge
- Vorteile Deutschland
- Freunde werben

### Pannen & Mängel

- Die Pannenstatistik
- Kummerkasten
- Rückruf-Datenbank

(PAN\_TIH)



# „Unit“ of the service fleet:

## Yellow Angel gelber Engel



**Supereinsatz.** In Berlin und Brandenburg mussten die Gelben Engel letztes Jahr mehr als 240 000 Mal ausrücken, um Havaristen in der Hauptstadt und auf 1700 Autobahnkilometern wieder flottzumachen – ein Rekorderinsatz. Einen Rückgang von zehn Prozent bei den Pannen registrierten dagegen die Gelben Engel in Mecklenburg-Vorpommern. Bei insgesamt 72 389 Einsätzen schafften sie jedoch auch einen Rekord: In 84 Prozent der Fälle konnten die Autofahrer mit dem Wagen weiterfahren.



# Yellow Angels: 2004 statistics

---

- ~1,700 Yellow Angels
- ~1,200 road service partners with ~5,000 vehicles
- On average: ~10,000 requests a day
- Peak: ~45,000 requests in 4 hours



27.10.2004

## Gelbe Engel lernen rechnen

Rund 10.000 Pannen werden dem ADAC an einem ganz normalen Tag gemeldet. Um hier die Pannenhelfer möglichst effektiv zu koordinieren ist nicht trivial und bereitet auch Mathematikern Kopfzerbrechen.

Andreas Loos



Bild: ADAC

Die Zahlenkolonnen, die über den Bildschirm laufen, wollen nicht enden. „Ein ganz normaler Urlaubstag für ADAC-Helfer“, sagt Jörg Rambau mit Blick auf seinen Monitor. Hinter jeder neuen Zeile verbergen sich liegengebliebene Fahrzeuge, kaputte Anlasser, leere Batterien, oder verrußte Zündkerzen: Die Zahlen verschlüsseln, wann und wo bei den „Gelben Engeln“ des ADAC Hilferufe seiner Mitglieder eingehen. Mathematiker wie Jörg Rambau haben damit am Berliner Zuse-Institut Algorithmen gebastelt, die die Pannenhelfer schneller zu den Pannen bringen.

Rund 10.000 Pannen werden dem ADAC an einem ganz normalen Tag gemeldet. „Zu Urlaubszeiten oder bei Wintereinbruch können es leicht doppelt so viele werden“, weiß Dietmar Flügel, Leiter des Pro-„Helfen“ beim ADAC. Alle Pannemeldungen laufen in den fünf Pannenhelferzentralen des ADAC auf. Bislang lief die anschließende Verteilung der Aufgaben dann von Hand: Mitarbeiter, so genannte Disponenten, wiesen jeder Panne einen der 1.700 „Gelben Engel“ bzw. eines der 5.000 Fahrzeuge der ADAC-Service-Vertragspartner zu.

Dabei wählten sie eine einfache Strategie: Jeweils der Pannenhelfer, der der Panne am nächsten ist, wird alarmiert – nach Augenmaß und einem Blick auf eine digitale Landkarte, ähnlich wie der Bildschirm eines Navigationssystems. „Das kann aber bedeuten, dass andere Pannengeplagte anschließend länger warten müssen“, sagt Jörg Rambau. „Gute Entscheidungen sind bei der Zahl der Pannen und Helfer mit bloßem Auge kaum noch möglich.“

Der Informatiker Flügel vergleicht das Disponieren sogar mit Schachspielen: „Der Tag beginnt mit einer Ausgangssituation und entwickelt dann eine Eigendynamik. Und genau wie ein guter Schachspieler hat jeder Disponent seinen eigenen Stil. In Genshagen bei Berlin zum Beispiel sitzen 30 Disponenten – 30 Köpfe, 30 verschiedene Planungsstrategien. Vor allem, um die Servicequalität zu harmonisieren, haben wir uns daher vor drei Jahren mit dem ZIB zusammengetan.“



(07.07.2004)

## Mathematiker beflügeln „Gelbe Engel“

Wie die vielen Pannenhelfer des ADAC auf kürzestem Weg ans Ziel gelangen

Von Andreas Loos

Eine schier endlose Liste von Zahlen flimmert über den Bildschirm. Hinter jeder neuen Zeile verbergen sich ausgelaufene Batterien, Luft im Benzin oder verrußte Zündkerzen. Die Zahlen verschlüsseln, wann und wo den „Gelben Engeln“ des ADAC Autopannen gemeldet wurden.

„Ein ganz normaler Urlaubstag für ADAC-Helfer“, sagt Jörg Rambau, Mathematiker am Konrad-Zuse-Zentrum in Berlin. Er und seine Kollegen haben ein Verfahren entwickelt, um die Helfer schneller zu den Pannen zu bringen. 10000 Pannen werden dem ADAC an einem normalen Tag gemeldet. „Zur Urlaubszeit oder bei Wintereinbruch können es doppelt so viele werden“, sagt Dietmar Flügel, Informatiker beim ADAC.

In den fünf Pannenhelferzentralen des ADAC managte man die Verteilung der Aufgaben bislang von Hand: Mitarbeiter, die „Disponenten“, wiesen jeder Panne einen der 1700 „Gelben Engel“, beziehungsweise eines der 5000 Fahrzeuge der ADAC-Service-Vertragspartner zu. Dabei wählten sie eine einfache Strategie: Der Pannenhelfer, der der Panne am nächsten ist, wird alarmiert – nach Augenmaß und einem Blick auf eine digitale Landkarte, ähnlich dem Bildschirm eines Navigationssystems.



# Wie die Mathematik den Autofahrern hilft

Frankfurter Rundschau  
17.7.2002

Sommerzeit, Ferienzeit – Staus und Hilferufe von liegenden geliebten Autofahrern häufen sich. Dann kommt beim ADAC alles darauf an, die Pannenhelfer gut zu koordinieren. Noch verfolgen Menschen über Bildschirme den Standort der „Gelben Engel“ und schicken diese zum nächsten Einsatz. Wie gut das klappt, hängt von dem Geschick der Mitarbeiter ab. Künftig soll die Mathematik helfen, die Panneprofis optimal einzusetzen.

Dazu haben Wissenschaftler einen Algorithmus entwickelt, der in weniger als zehn Sekunden einen Einsatzplan erstellen soll. „Noch während des Telefonats mit dem Autofahrer muss das Problem gelöst sein“, sagt Jörg Rambau vom Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik in Berlin. Schließlich soll der Anrufer sofort über die Wartezeit informiert werden.

Theoretisch gibt es Billionen von Möglichkeiten, wie die Pannenhelfer auf die Havaristen aufgeteilt werden können. Um die Rechenzeit kurz zu halten, bedienen sich

Jörg Rambau und seine Kollegen eines mathematischen Tricks: Das System prüft in jeder einzelnen Rechenschleife nur wenige Kombinationen durch und checkt zugleich, wie weit entfernt vom Optimum das Ergebnis liegt. Durch dieses Annähern an die Lösung müssen nur einige Tausend Konstellationen

durchgerechnet werden. Am Ende steht der mathematische Beweis, dass das Resultat wirklich das bestmögliche ist.

Im Herbst wollen die Berliner Wissenschaftler, die Firma Intergraph und der ADAC die Pilot-

phase in Ostdeutschland starten. Dann könnten die Autofahrer von der Mathematik profitieren – freilich, ohne das auch nur zu ahnen. Die Mathematiker um Jörg Rambau wollen unterdessen ihren Algorithmus noch weiter verbessern: So soll auch berücksichtigt werden, welche Anrufe in der Zukunft eingehen könnten. Ein im Nachhinein berechnetes „Hellseher-Optimum“ liefert eine Gütegarantie – Beweis inklusive. *Christian Herbst*

---

*In zehn Sekunden ist klar, welcher „Gelbe Engel“ zum Havaristen geschickt wird*

# Contents

---

1. ADAC and the Yellow Angels
2. **The Dispatching Problem**
3. The “Yellow Angels Model”
4. Results



# Service vehicle planning at ADAC



Help center



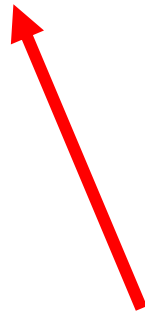
Wireless data transmission



Dispatch:  
human operator



Yellow Angel



# Dispatch of the Yellow Angels

All mobile workshops are equipped with **GPS** for satellite positioning which makes it possible for the operators in the help centers to exactly locate each single service unit and to dispatch **the assignment order via radio**.

As soon as the help request comes in **the service unit nearest to the scene can advance**. Besides the ADAC owned vehicles, there are some 5,000 service vehicles of 1,130 subcontracted road service partners available.

**Five ADAC help centers** control the assignments of the Yellow Angels **day and night**.

These centers are at **Landsberg/Lech, Gross-Gerau, Hamburg, Genshagen** (near Berlin), and **Dormagen** (near Köln).



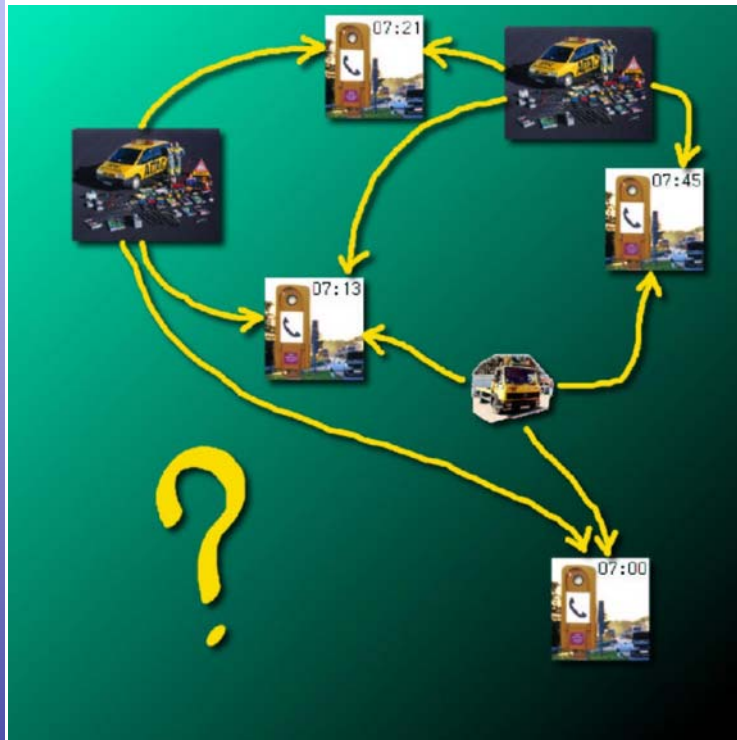
# Basic Rules

- No request can be rejected.
- Each request must be served by **exactly one** service unit.
- Service units must drive „**tours**“, i.e., have to return „home“ in the evening.
- Structure of the cost function is „**more complex**“ than linear (e.g., EV5).
- **Goal:** **minimizing total costs for this service**

What is good service? What are the criteria?

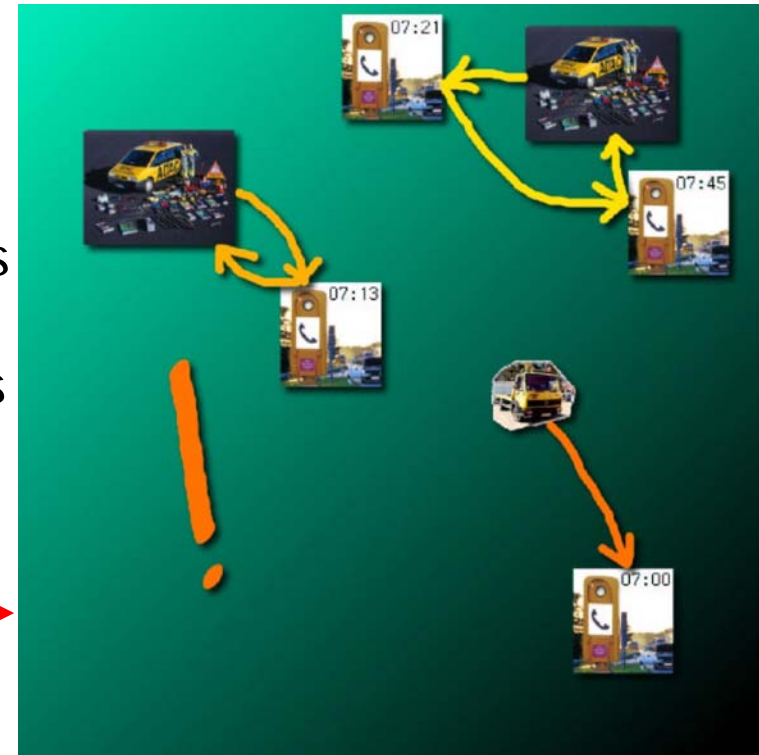


# The Dispatching Problem



events  
units  
contractors  
constraints  
costs

**dispatch**



Task: Find a solution of lowest possible cost!

# Recall: What is online?

An **online algorithm** is a method making a decision as soon as new pieces of information become known. Any decision made is irrevocable.

## Remarks:

**The running time is irrelevant:** The key issue is the difficulty arising through the **lack of data**.

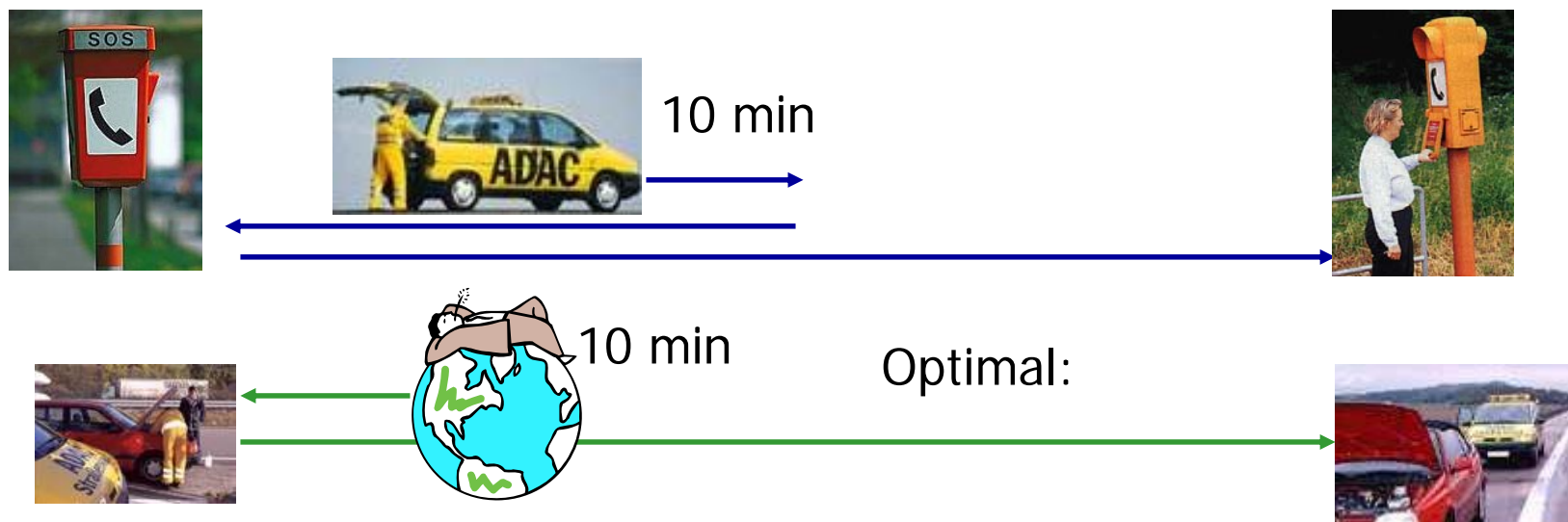
If running time is important: **real-time algorithms!**

**Models of analysis:** sequence model, time-stamp model,...

**Variants:** limited intermediate storage, repacking,...



# Online and real-time aspects at ADAC



- Requests are **not known in advance**
- Decisions are based on **incomplete information**
- Suboptimal results
- **How to evaluate an online algorithm?**

# Main Characteristics

---

- **Online Aspect:** We do not know future events.
- **Real-time Aspect:** We have to provide an answer quickly (5-60 seconds)



# Contents

---

1. ADAC and the Yellow Angels
2. The Dispatching Problem
3. The “Yellow Angels Model”
4. Results



# The „Business Framework“

---

- Every request has to be served
- Each job has to be executed by **exactly one** „unit“.
- All units travel „**tours**“
- cost structure „**more complex**“ than linear (z.B. EV5)
- Goal: **Minimize cost incurred by the units.**

**Customer satisfaction!!!???**



# Vehicle Dispatching Problem

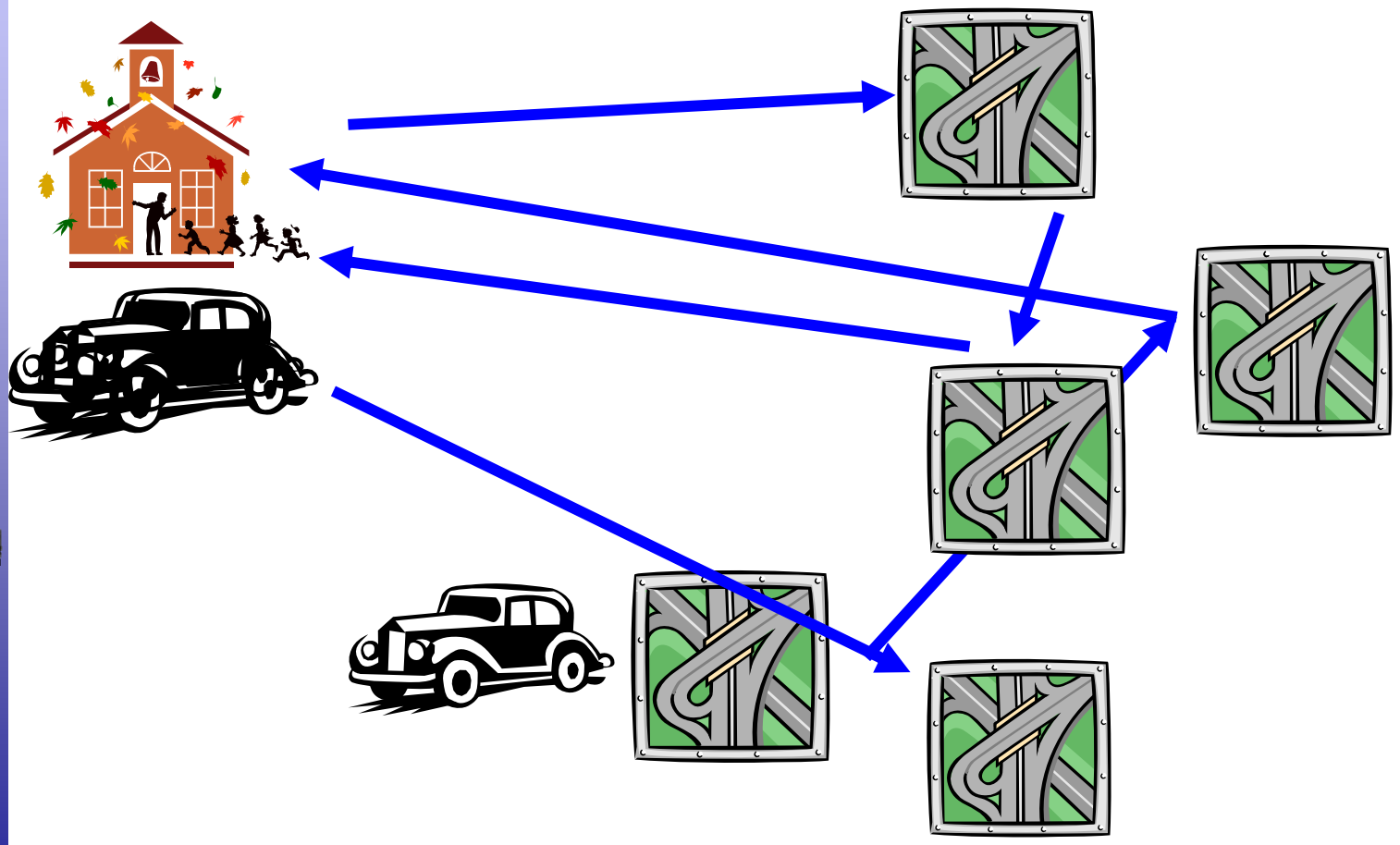
- Set  $R$  of requests
- Set  $K$  of units
- $K$  consists of groups of units, each with different cost structure  $g$

$$g(k) \in G = \{tax, ew5, ev5, swa, \dots\}$$

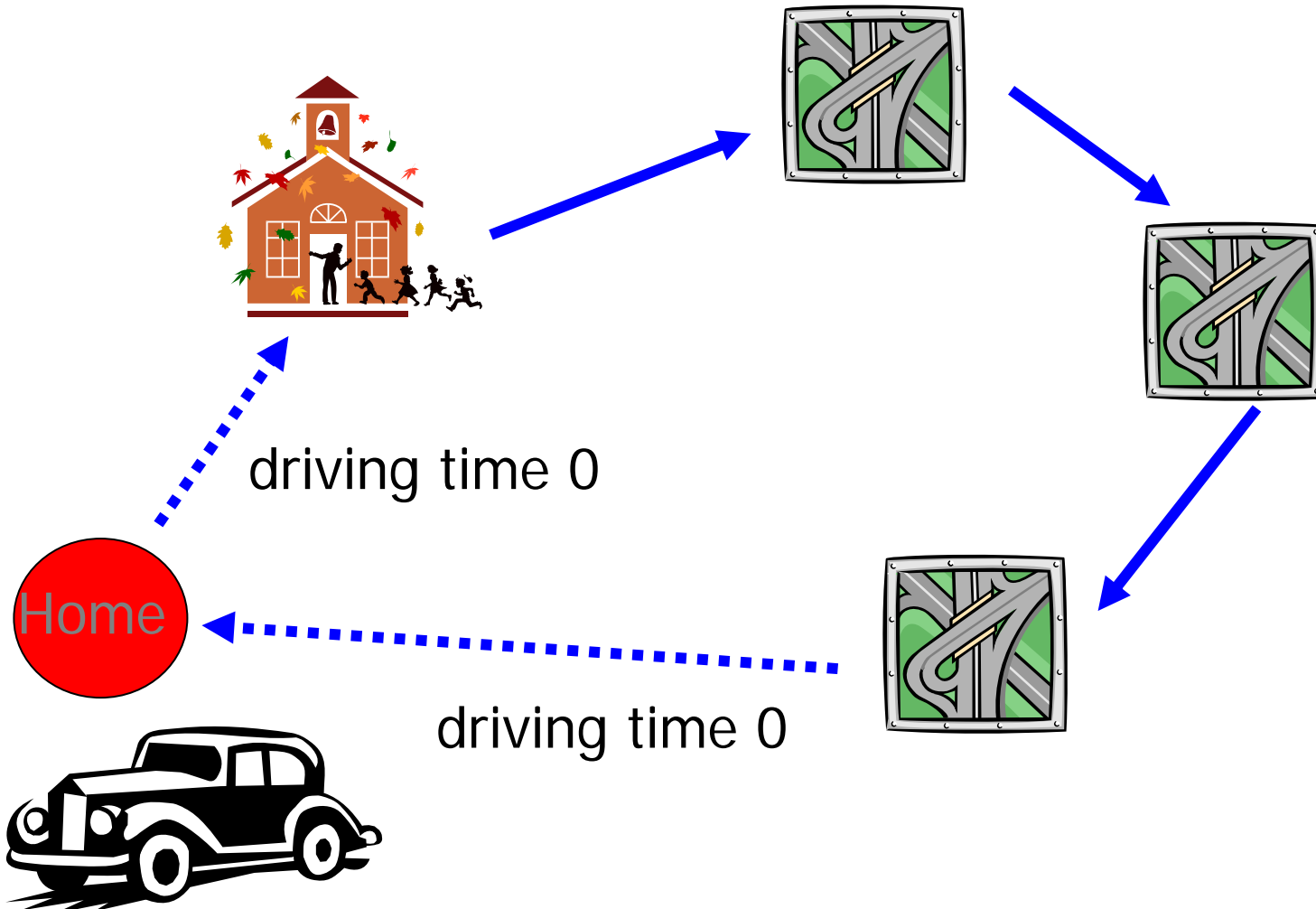
- Find:
  - Feasible subset of units
  - Tours for the units
  - Minimize costs



# Constraints on „Tours“



# „not closed“ Tours



# Offline Model

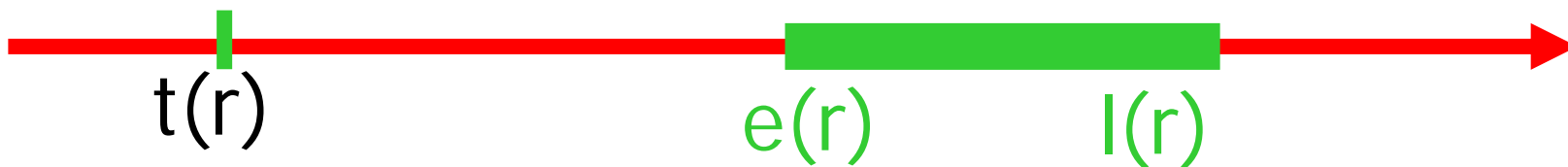
---

- „Vehicle Dispatching Problem“ VDP  
subject to sketched (and other) side constraints
- Offline Model
  - Requests
  - Tours
  - Set partitioning
  - Polyhedral description of tours

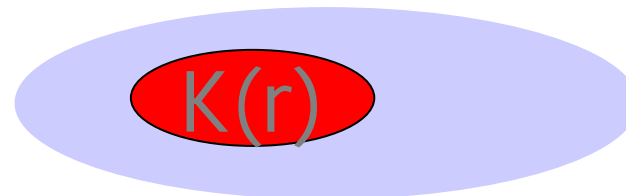


# Requests $r$ in $R$

- Release time  $t(r)$
- Time window  $T(r) = [e(r), l(r)]$



- $T^{\text{swa}}(r) = [t(r), t(r)+38]$
- timed request  $T^{\text{swa}}(r) = [5:00, 5:15]$
- Set of admissible units for  $r$ :  $K(r)$



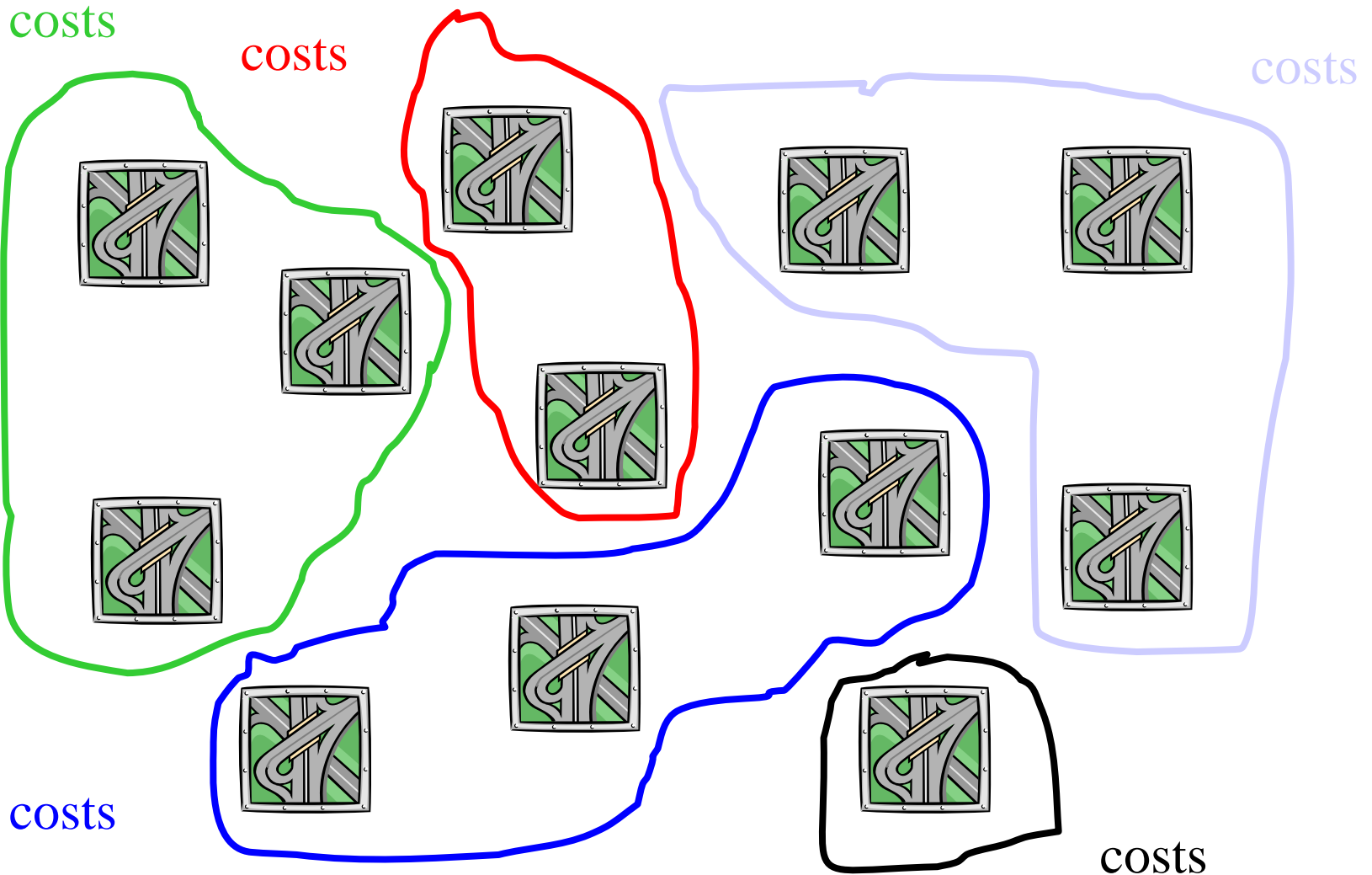
# Tours

---

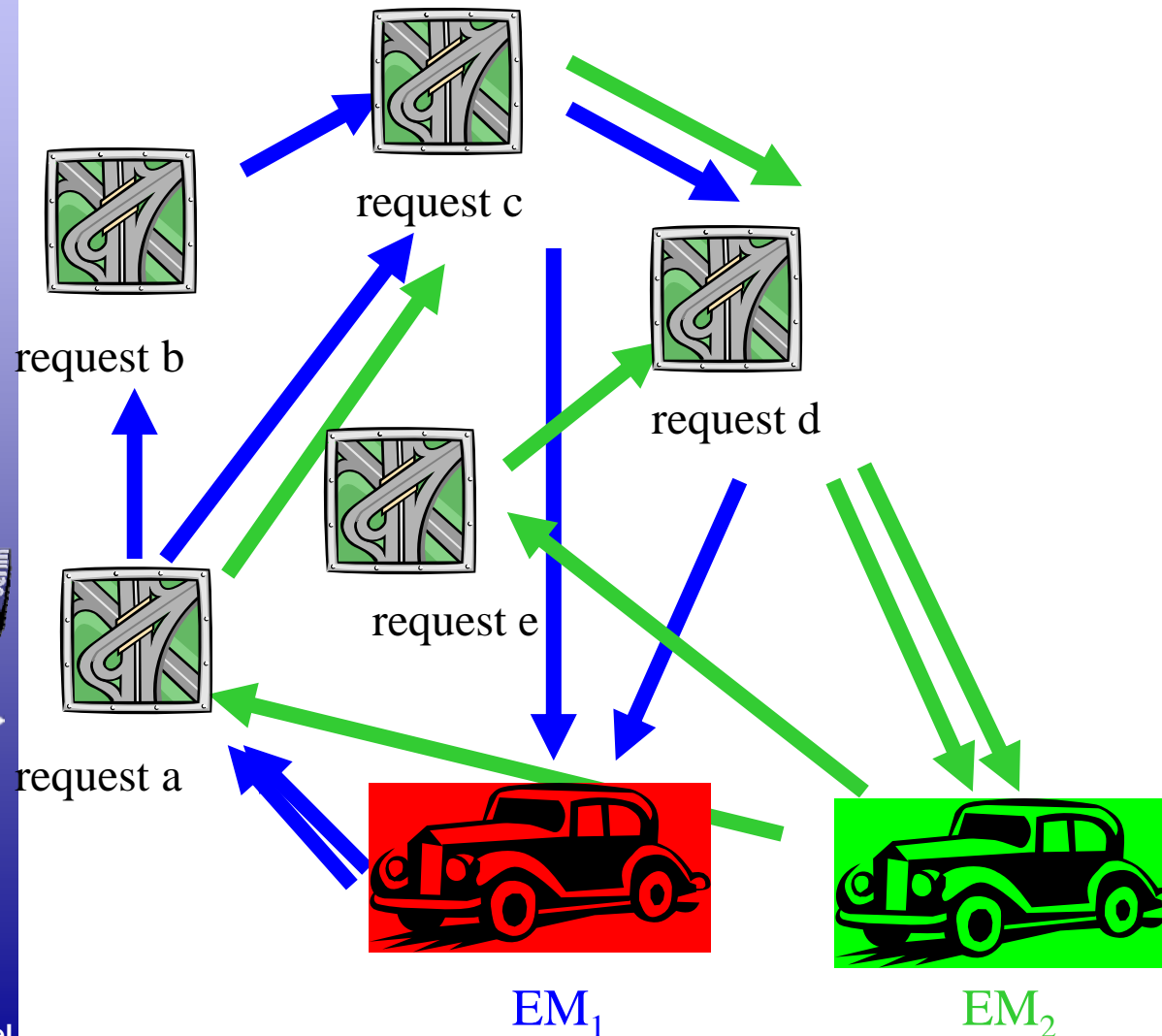
- A tour represents the sequenced processing of a subset  $M$  of the requests  $R$  by a unit  $k$ .
- Every (feasible) tour satisfies all side constraints such as:
  - Time windows
  - Working hours
  - Rules for rests
  - etc.
- Set of all feasible tours:  $F$



# Basic Idea: Set Partitioning



# Representation of Tours



	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
a	1	1	1	0
b	0	1	0	0
c	1	1	1	0
d	1	0	1	1
e	0	0	0	1

# Set Partitioning

$$\min \sum_{f \in F} C_f \cdot x_f$$

$$\left( \begin{array}{cccccc|c} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 1 \end{array} \right) \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Implicit (algorithmic) enumeration of all tours
- $x_f = 1$  if and only if tour  $f$  is chosen
- Complex cost structures can be handled
- Separation of optimization and tour generation

# Set Packing Side Constraints

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{10} \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Each unit can be chosen at most once
- $B_{kf} = 1$  if and only if tour  $f$  uses unit  $k$

# Combined Model

$$\min \sum_{f \in F} c_f \cdot x_f$$

AT

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

EM

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$x_f \in \{0,1\}, f \in F$$

# Polyhedral Description of Tours

- **Given:**
  - Subset  $M$  of requests
  - Unit  $k$
- **Question:** Is there a feasible processing sequence for  $k$  to serve all requests in  $M$ ?

Equivalent: Does the tuple  $(k, M)$  define a column of the ILP?

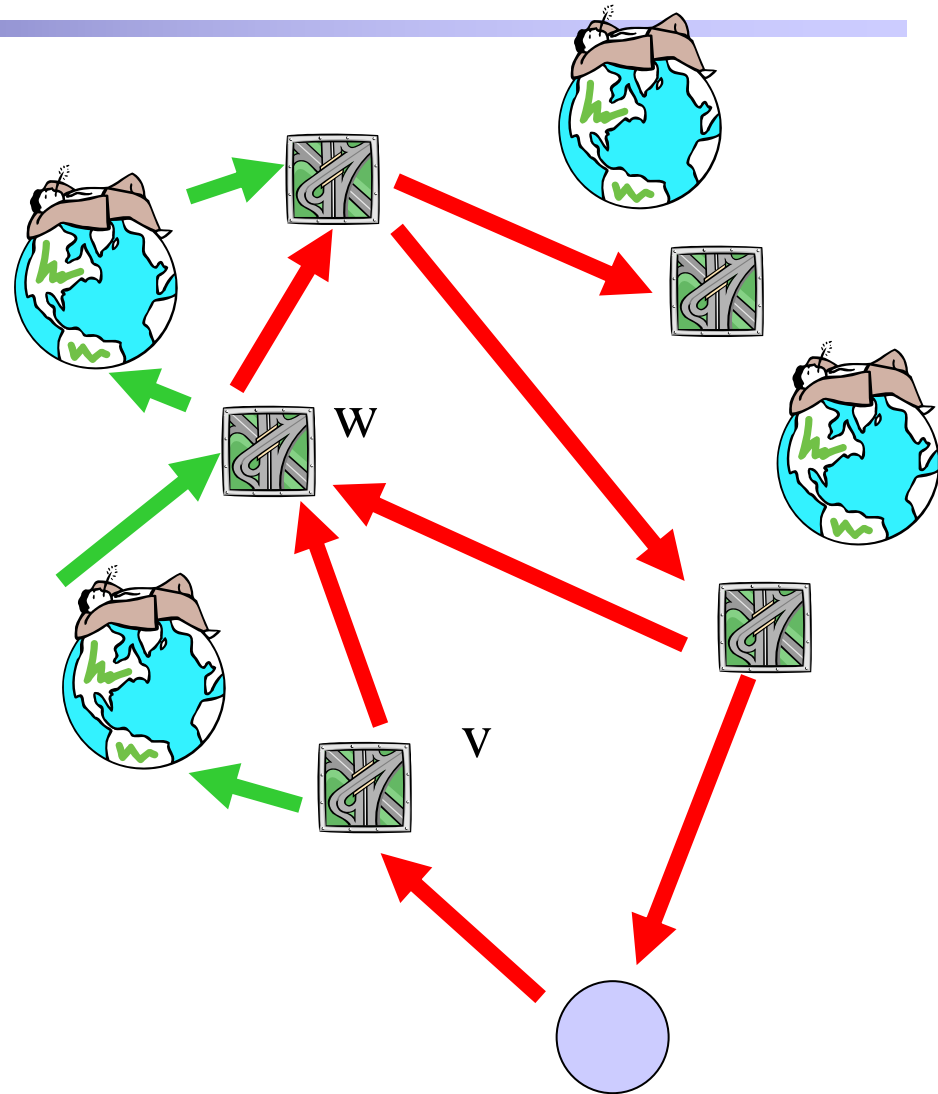


# Request Graphs

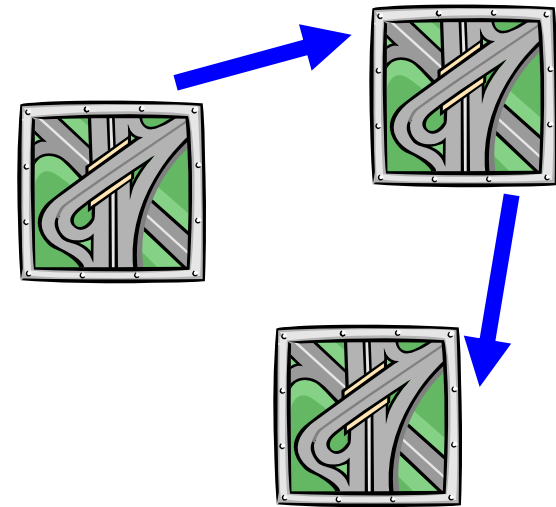
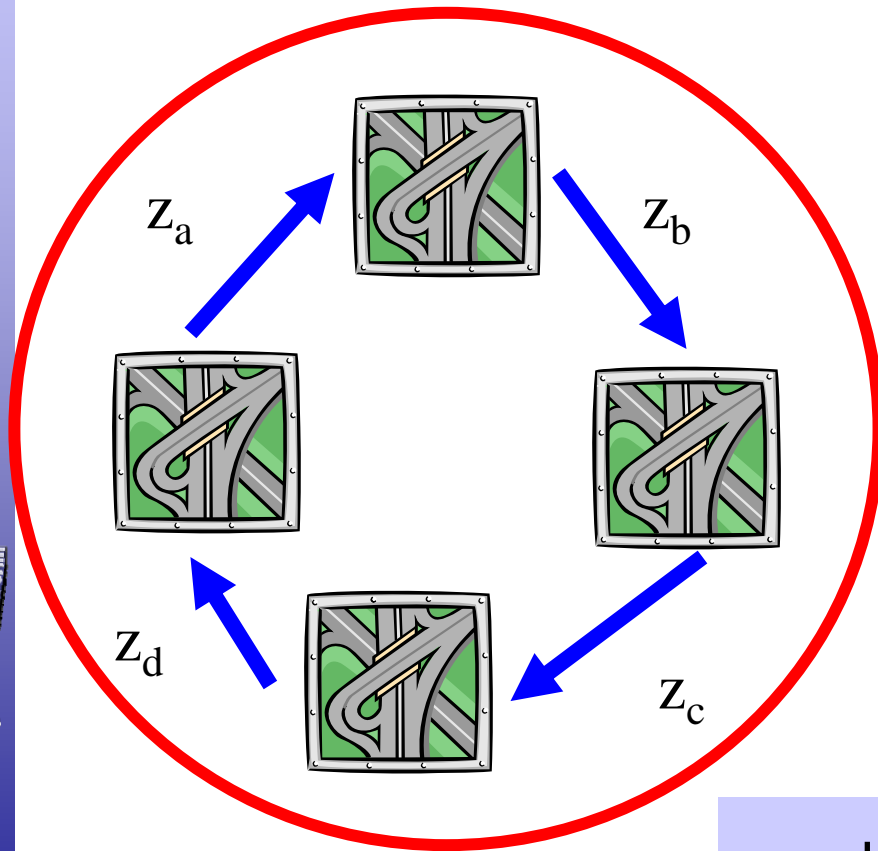
- Set of vertices of  $G$

$$V = M \cup V_p \cup \{0\}$$

- Arc  $(v,w)$  in  $G$  iff  
time window ok
- Arc  $(v,p), (p,w)$  iff  
time window ok
- Variable  $z_a = 1$   
iff  $a$  is on the tour

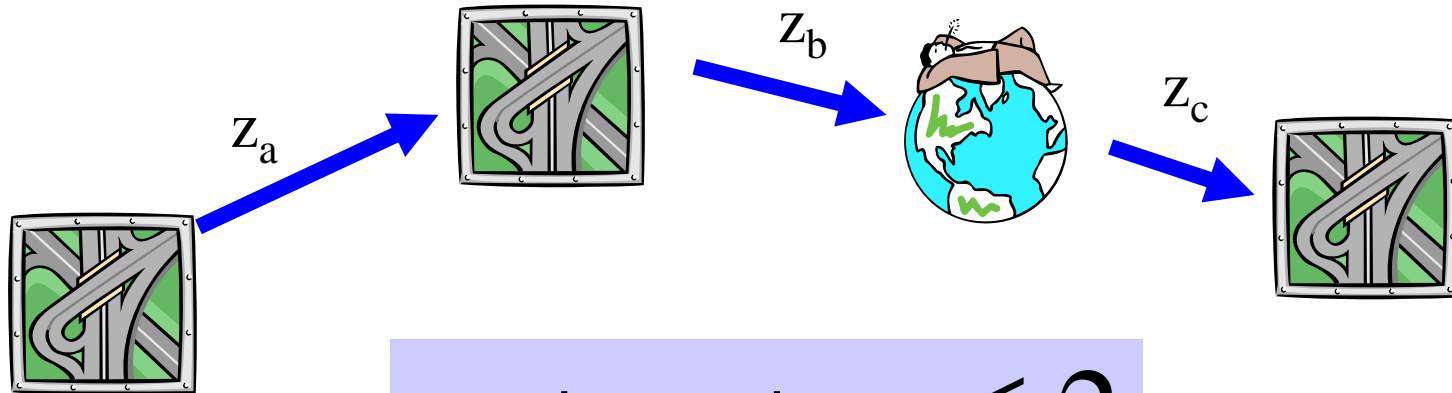


# Subtour Elimination



$$z_a + z_b + z_c + z_d \leq 3$$

# Infeasible Path Constraints



$$z_a + z_b + z_c \leq 2$$

# Polyhedral Description

R: set of requests, M subset of R

K: set of units, k element of K

$$z_a = 0$$

für alle  $a$

mit  $k \in K \setminus (K(a^+) \cap K(a^-))$

$$\sum_{a^- : (a^+, a^-) \in \tilde{E}} z_{(a^+, a^-)} = 1$$

für alle  $a^+ \in M \cup \{0\}$

$$\sum_{a^+ : (a^+, a^-) \in \tilde{E}} z_{(a^+, a^-)} = 1$$

für alle  $a^- \in M \cup \{0\}$

$$z_{(a^+, b(a^+, a^-))} - z_{(b(a^+, a^-), a^-)} = 0$$

für alle  $(a^+, a^-) \in E$

$$\sum_{\substack{a^+ \in S, a^- \in S: \\ (a^+, a^-) \in \tilde{E}}} z_{(a^+, a^-)} \leq |S| - 1$$

für alle  $S \subset M$  mit  $S \neq M$

$$\sum_{\substack{a^+ \in P, a^- \in P: \\ (a^+, a^-) \in \tilde{E}}} z_{(a^+, a^-)} \leq |P| - 2$$

für alle unzulässigen Pfade  $P$

$$z_a \in \{0, 1\}$$

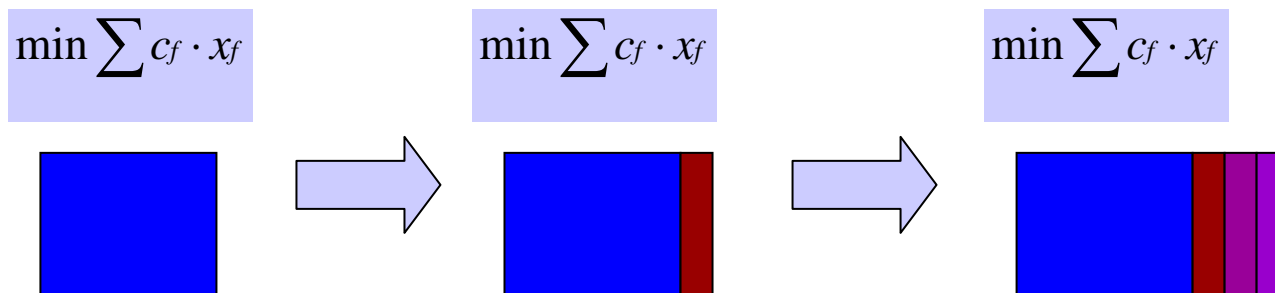
für alle  $a \in \tilde{E}$

# Solution Method (Offline)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Explicit enumeration of all tours is impossible.
- Optimal solution uses only a few tours.

# Column Generation



- Run various primal heuristics to get starting solution
- Start with the heuristically generated small subset of feasible tours (represented as columns)
- Generate new columns via pricing
- Branch & Cut & Price
- LP-based Rounding heuristics

# Contents

---

1. ADAC and the Yellow Angels
2. The Dispatching Problem
3. The “Yellow Angels Model”
4. **Results**



# Results

---

- It took a long time to develop a „good“ service model – jointly with ADAC.
- Our dispatching software provides a significant improvement.
- Dispatching software is in use all of the 5 dispatching centers.
- Problem with the software:  
Running time estimation for a yellow angel is not precise enough. About 50% of the estimates are questionable (bad data is always a problem).



## 06M2 Lecture

# Service Vehicle Scheduling ("Yellow Angels" of ADAC)

**The End**



Martin Grötschel

- Institut für Mathematik, Technische Universität Berlin (TUB)
- DFG-Forschungszentrum "Mathematik für Schlüsseltechnologien" (MATHEON)
- Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin (ZIB)

groetschel@zib.de

<http://www.zib.de/groetschel>