

05M2 Lecture

Telecommunication Network Design

Martin Grötschel

Beijing Block Course

“Combinatorial Optimization at Work”

September 25 – October 6, 2006



Martin Grötschel

- Institut für Mathematik, Technische Universität Berlin (TUB)
- DFG-Forschungszentrum “Mathematik für Schlüsseltechnologien” (MATHEON)
- Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin (ZIB)

groetschel@zib.de

<http://www.zib.de/groetschel>

Contents

1. Telecommunication: The General Problem
2. Newspaper Reports
3. Survivability
4. Integrated Topology, Capacity, and Routing Optimization as well as Survivability Planning



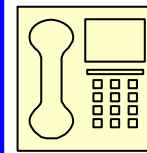
Contents

1. Telecommunication: The General Problem
2. Newspaper Reports
3. Survivability
4. Integrated Topology, Capacity, and Routing Optimization as well as Survivability Planning

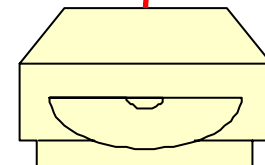
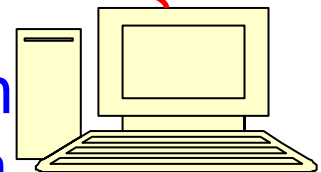


What is the Telecom Problem?

Design excellent technical **devices** and a robust **network** that **survives** all kinds of **failures** and **organize** the **traffic** such that high quality telecommunication between very many individual units at **many locations** is feasible at **low cost**!



Speech
Data
Video
Etc.



What is the Telecom Problem?

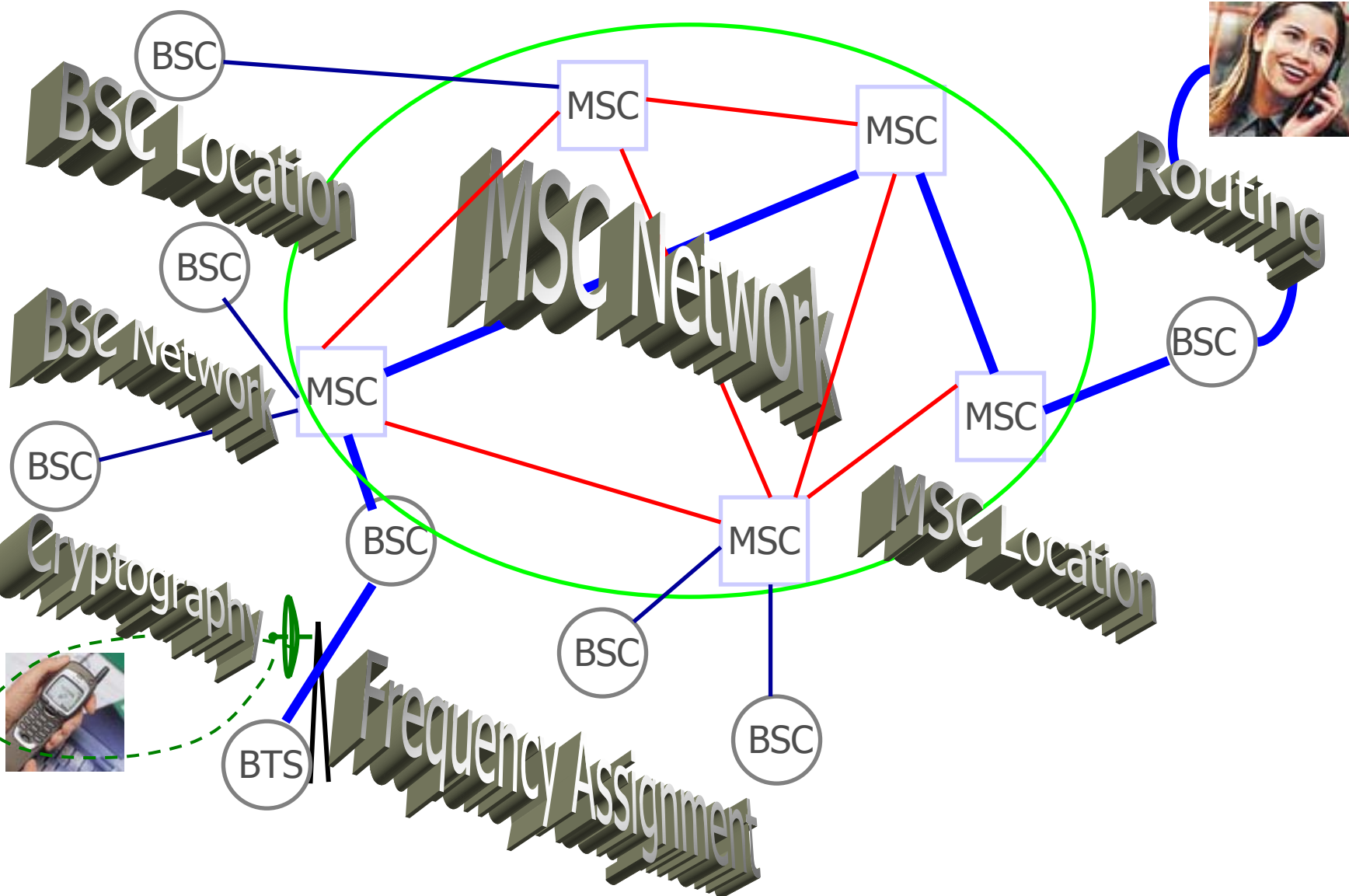
Design excellent technical devices and a robust network that survives all kinds of failures and organize the traffic such that high quality telecommunication between very many individual units at many locations is feasible at low cost!

This problem is too general to be solved in one step.

Approach in Practice:

- Decompose whenever possible.
- Look at a hierarchy of problems.
- Address the individual problems one by one.
- Recompose to find a good global solution.

Connecting Mobiles: What's up?



Contents

1. Telecommunication: The General Problem
2. Newspaper Reports
3. Survivability
4. Integrated Topology, Capacity, and Routing Optimization as well as Survivability Planning



Clyde Monma

- Cornell & Cayuga Lake 1987



USA 1987-1988

PUBLICATION: TEAM

June 15, 1988

THE NIGHTMARE ON LINCOLN ST.

Severed line snags calls long-distance

The loss of a major fiber optic telecommunications cable caused significant problems on Wednesday, August 12th, with long-distance calls out of the 201 calling area

Illinois Bell experiences its worst service disaster in history as an extra-alarm fire silences phones for nearly two weeks.

The Star Ledger

Date: September 22, 1987

Damage to fiber cable hinders phone service

By TED SHEERMAN

Telephone service was disrupted throughout the Northeast yesterday, after a major fiber optics cable was severed north of Trenton.

The problem briefly knocked out all voice and data circuits on American Telephone & Telegraph Co.'s main East Coast fiber cable, which runs from Cambridge, Mass., to Arlington, Va.



USA 1987-1988

Saturday, November 19, 1988

PUBLICATION: Star-Ledger

DATE: February 26, 1988

Cable snaps, snags area phone calls

American Telephone & Telegraph Co. (AT&T) service along the East Coast was disrupted yesterday when a telephone cable snapped about 15 miles southwest of Newark.

Phone snafu isolates New Jersey

Long-distance cable severed

By J.D. SOLOMON,
MARY ROMANO
and ROBIN SIDEL
Courier-News Staff Writers

American Telephone & Telegraph Co.'s long-distance telephone service throughout the East Coast was disrupted for about 18 hours yesterday when a major transmission cable was severed by a construction crew working in a Sayreville train yard, AT&T officials said.

Problems were especially severe in portions of Central Jersey, and customers closest to Sayreville were expected to be among the last to have their service fully restored, an AT&T spokesman said.

The break in the 3-inch fiber optic cable occurred at 12:15 p.m. Service was restored gradually as computers rerouted calls through other points. Almost all service was restored by about 7 p.m., AT&T said.

"It's almost like a highway in that you have to go along it to get from, say, New York to Florida. This is a major blockage affecting the whole East Coast."

Jim Nelson, AT&T district manager

In addition to affecting phone service, private customers whose computer networks use AT&T phone line transmissions experienced service problems, Nelson said.

Harry Baumgartner, a spokesman for AT&T in the Basking Ridge section of Bernards, said calls between area codes on the East Coast



Special Report by IEEE Spectrum

0018-9235/89/0600-0032\$1.00©1989 IEEE

IEEE SPECTRUM JUNE 1989

SPECIAL REPORT:

Keeping the phone lines open



The telephone network's moment-by-moment reconfigurations to meet emergencies real and simulated add up to de facto risk management

necessary, Joe
as the repeater
to get the form
done for pure
multiple repeaters
mine a multi



Sometime after 4:00 p.m. on Sunday, May 8, 1988, on the first floor of a telephone switching center in the Chicago suburb of Hinsdale, a metal cable sheath came into contact with a damaged, energized power cable and touched off an electrical fire. Thus began one of the worst disasters in the history of U.S. telephony.

By the time the smoke had cleared, 35 000 residential and business customers had no service at all, and others served by some 120 000 trunk lines lacked long-distance service. A facility that had relayed 3.5 million telephone calls a day was a messy mix of destroyed and damaged equipment, much of it fast corroding from the caustic combination of water and vapors released by burning paneling.

The community soon found out just how much it depended on telephony. Chicago's busy O'Hare Airport came to a standstill while technicians jury-rigged some telephone lines for the Federal Aviation Administration to use for air-traffic control. Emergency 911 service was no more. Cellular telephones were also out because Hinsdale had housed a key installation in the local system. Automatic teller machines in the Chicago area, which transmit transaction details over telephone lines, were down. Pizza makers, florists, real estate agents, stockbrokers, "mom-and-pop" proprietors, boyfriends and girlfriends—all lost a vital link.

Some areas had no service for a month, and dollar estimates of lost business ranged from the hundreds of millions to the tens of billions.

Special Report

IEEE Spectrum June 1988

Berlin 1994 & Köln 1994

Graue Mattscheiben und stille Telefone

Totalausfall in Charlottenburg und Spandau bringt Tausende in Rage / Panne bei Bauarbeiten

24.12.94

VON BERNHARD KOCH

BERLIN. Unverantwortliche Schlamperei einer Baufirma, so Telekom-Sprecher Bernhard Krüger, führte am Donnerstag zum Totalausfall von Kabelfernsehen und -rundfunk in rund 160 000 Haushalten in Charlottenburg und den Spandauer Ortsteilen Siemensstadt, Gatow und Kladow. Infolge eines bei Tiefbauarbeiten nahe dem S-Bahnhof Heerstraße in Charlottenburg zerstörten Kabelpakets wurden zudem 3000 Telefonkunden vom Netz vollständig abgeschnitten. Weiter war die Zahl der Leitungen auf der Strecke zwischen den betroffenen Bezirken

erheblich eingeschränkt. Die Telekom sprach von der größten Panne, die es bislang in Berlin gegeben habe. Die Kabelstränge für Fernsehen und Radio konnten bis Freitagabend schrittweise repariert werden, der Schaden an den Telefonleitungen werde jedoch frühestens im Laufe des heutigen Heiligen Abends behoben sein. 25 Männer seien ohne Pause im Einsatz: „Am ersten Weihnachtstag ist die Lage im Griff.“

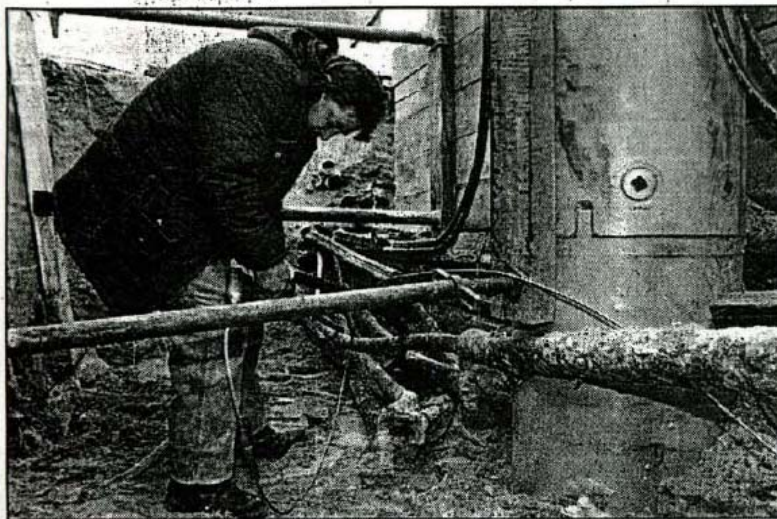
Ein sogenannter Fundamentbohrer hatte am Donnerstag gegen 15 Uhr ein Loch von 60 Zentimeter Durchmesser in die Telekom-Kabelstränge an der Heerstraße gerissen. Die Baufirmen, die dort mit Straßen- und Brückenbauarbeiten beschäftigt sind, „hat-

ten exakte Pläne über unsere Versorgungsleitungen“, betonte Bernhard Krüger. Welche Firma die Schuld treffe – die Bauunternehmen Kemmer und Holzmann sind dort tätig – sei noch nicht ermittelt. Die Reparatur dauere deshalb so lange, weil mehrere jeweils 250 Meter lange Kabel komplett ausgetauscht und Rohre als Schutzmantel neu verlegt werden müßten.

Unterdessen war bei der Störungsannahme und den Servicestellen der Telekom nach der Panne „die Hölle los“. Tausende erboste Kunden hätten ihrem Unmut über schwarze Mattscheiben und schweigende Telefone Luft gemacht. „Wir werden den ganzen Tag beschimpft, einige drohen uns sogar“, sagte eine spürbar genervte Frau beim Telekom-Störungsdienst. Pausenlos klingelten auch die Telefone beim SFB und bei anderen Fernsehanstalten, hieß es auf Nachfrage. Weil sie keine Auskünfte über die Störung bekamen, fragten einige Bürger gar bei der Polizei nach. Auch beim Tagespiegel gingen zahlreiche Beschwerden über die Telekom ein, eine Spandauerin forderte zum Beispiel, sämtliche ausgefallene Sendungen sollten wiederholt werden.

Telekom-Sprecher Krüger bat hingegen um Verständnis, schließlich sei man nicht Verursacher des Schadens: „Ich habe so etwas noch nicht erlebt. Die Droge Fernsehen macht offenbar derart süchtig, daß die Leute so in Rage geraten.“ Über die Ausfälle und Störungen beim Telefon hätten vergleichsweise wenige Kunden geklagt.

Die Höhe der Reparaturkosten, mögliche Regreßforderungen von Geschädigten sowie die Summe der Gebührenaufschläge aufgrund des gestörten Telefonverkehrs seien noch nicht abzusehen, sagte Krüger. Privatkunden, so der Telekomsprecher, bekämen grundsätzlich nur dann Vergütungen, wenn das Telefon länger als fünf Tage ausfalle.



FEHLBOHRUNG MIT ERHEBLICHEN FOLGEN. Ein Fundamentbohrer riß auf dieser Baustelle an der Charlottenburger Heerstraße ein Loch in die Telekom-Kabeltrasse. Foto: Mike Minehan



**23 000 Kölner
ohne Anschluß**

exp Köln - fünf Stunden lang waren gestern die Telefonleitungen von 23000 Kölnern in Flittard und Höhenhaus tot. Bei der Verlegung einer Gasleitung hatten Arbeiter mehrere Telekom-Kabel zerstört. 3000 Kunden blieben die ganze Nacht über ohne Anschluß.

High-Tech Terrorism 1995



Anschläge

Stummer Rebell

Erstmals in Deutschland schlugen in Frankfurt High-Tech-Terroristen gegen die Kommunikationsgesellschaft zu.

Die Täter kamen in der Nacht, irgendwann nach drei Uhr früh. An drei Orten nördlich und östlich des Frankfurter Flughafens, Kilometer voneinander entfernt, wuchteten sie zentnerschwere Betondeckel hoch und kletterten in den Orkus der verkabelten Gesellschaft.



Buchungsschalter im Frankfurter Flughafen: Chaos durch Kabel-GAU

In den Gruben kreuzen sich Telekom-Kabel für Computer- und Datenleitungen mit Kabeln für Telefon- und Fax-Verkehr wie Nervenstränge.

Vermutlich mit Sägen, so die Polizei, durchtrennten die künftigen Kabel-Killer Kupferstränge und Bündel armdicker Glasfaserleitungen. Insgesamt schnitten sie 4,5 Meter Kabel heraus.

Um fünf Uhr dann am vergangenen Mittwoch, als im Flughafen die Computer angeschaltet wurden, zeigte sich, was die Säger angerichtet hatten: Bildschirme flimmerten nur noch, 13 000 Telefone im Süden Frankfurts, darunter alle Leitungen der Universitätsklinik, waren tot; stumm waren auch viele Außenleitungen der Frankfurter Flughafen AG und jene Glasfaseradern, die den Luft-

kommt, dann tut sich endlich was in diesem Nest", hofft der Elektromeister Jürgen Moritz. Mehr als 30 Jahre lebt er schon in dem tristen Ort; nun, im Jahre sechs nach der Wende, „muß doch mal was passieren“.

„Der hat Ideen und viele Kontakte“, sagt Moritz bewundernd, „von Marktwirtschaft versteht er was.“

Mangels Schloß und Pachtzins verdingt sich der Adelsmann zur Zeit in einem bürgerlichen Beruf: als Innenrichter ostdeutscher Friseurgeschäfte. Von Wiesenburg bei Potsdam aus beaufsichtigt von Ribbeck acht Angestellte, die Barbieren Spezialstühle, Spiegel und Trockenhauben anbieten.

Ratsmitglied Böttcher ist davon nicht beeindruckt: „So schlau wie der von Ribbeck sind wir auch.“ Vor der Wende war Böttcher Vorsitzender der LPG, heute ist er der Chef der örtlichen Agrar GmbH. Die Pacht für Wiesen, Weiden und Stallungsgrund kassiert bislang noch die Treuhänder.

Ein „Investitionshemmnis“ nennt Böttcher den Junker: Längst hätten neue Traktoren angeschafft werden müssen, „aber wovon denn?“ Wegen der Ribbeck-Ansprüche auf Rückgabe „gibt uns keine Bank Kredit“.

Solche Klagelieder kann der emsige Protestant Moritz, der mit Freunden in der Freizeit die Dorfkirche renoviert, nicht mehr hören. Die Leninstraße hätten die Gemeindeväter nach der Wende in Theodor-Fontane-Straße umbenannt, „viel mehr ist nicht passiert“.

Moritz träumt davon, daß die Rückkehr derer von Ribbeck Touristen in den Ort bringt, der außer dem berühmten Namen nichts weiter zu bieten hat.

Allerhand hat der Erbe schon vorge schlagen, um das brandenburgische Nest auf Trab zu bringen, und auch, um den Dörflern zu gefallen. Eine „Managementschule für Ökologie“ möchte von Ribbeck in Ribbeck errichten, eine Käserei, einen Reiterhof. Oder eine Pizzeria, ein Sägewerk, eine Rinderzucht-farm. Neueste Idee aus der Ribbeck-schen Denkfabrik: eine Brennerei, für Birnenschnaps natürlich.

„Eine Schnapsidee“, kontert Böttcher, „wir bekommen doch gar keine Brennrechte.“

Geld, räumt von Ribbeck ein, habe er nicht, „aber es gibt doch Banken“. Und solange er in Deutschland keine Brennrechte bekommt, will er den hofedlen Birnenschnaps derer von und zu Ribbeck eben in Italien destillieren lassen, „mit ein paar Anstandsbirnen aus dem Havelland drin“.

Auf einem Acker an der Schnellstraße hat von Ribbeck bereits 1000 Birnbäume pflanzen lassen. Doch auch das hat Bauer Böttcher nicht besänftigt. „Die jungen Bäume“, spottet er, „stehen doch viel zu eng beieinander.“ □

hansa-Buchungscomputer in Kelsterbach mit dem benachbarten Airport verbinden.

„Ein einmaliger Anschlag“, stöhnte Telekom-Sprecher Michael Hartmann; die Tat verrate Systemkenntnis und „massive kriminelle Energie“.

In einem Schreiben an die Frankfurter Rundschau bekannte sich eine bislang unbekannte Gruppe namens „Keine Verbindung e.V.“ zu der Un-tat. Mit der „Aktion“, so die vermutlich linksterroristischen Bekenner, hätten sie den Flughafen lahmlegen wollen. Denn der habe eine Funktion „im Rahmen der imperialistischen Weltwirtschaftsordnung“.

Mit dem Blackout im Airport trafen die Terroristen die High-Tech-Gesellschaft, wo sie am verwundbarsten ist: Sie demolierten drei von insgesamt mehreren tausend Kabel-Knotenpunkten der Republik, deren exakte Lage und Bedeutung nur wenigen Experten bekannt ist.

Berlin 1997 & Wien

SEITE 10 / DER TAGESSPIEGEL Nr. 15 945 / DIENSTAG, 8. APRIL 1997

Glasfaserkabel beschädigt Tausende ohne Anschluß

BERLIN (ADN). Durch die Beschädigung eines Glasfaserkabels kam es gestern in Charlottenburg zu erheblichen Störungen im Telefon-Verkehr. Tausende Kunden mit Rufnummern der Anfangsziffern 321 und 301 konnten bis 18 Uhr 30 in Richtung Spandau, Kreuzberg und Reinickendorf nur eingeschränkt telefonieren. Ein Bagger hatte das Kabel nach Auskunft der Telekom gegen 9 Uhr vormittags bei Tiefbauarbeiten in der Schlüterstraße gekappt.

Tsh. Tg. 5.3. (15)

Telefon lahmgelegt

Die Telefonleitung von Wien nach Tirol war gestern fast gänzlich lahmgelegt. Der Grund: Ein Bagger hatte ein wichtiges Kabel beschädigt. Seite 22

Zwei Drittel der Kapazität stand still

Telefon nach Tirol war unterbrochen

Keine Telefonverbindung nach Westösterreich gab's gestern für Kunden, die von Wien aus über St. Pölten nach Tirol, Salzburg, Vorarlberg telefonieren wollten. Ein Kabelschaden verhinderte den Kontakt.

Der ziemlich fatale Telefonkabel-Schaden bei Prinzersdorf wurde bei den Bauarbeiten für den vierspurigen Ausbau der Westbahnstrecke verursacht. „Der Bagger einer von uns beauftragten Firma hat nicht nur ein Lichtkabel, sondern auch ein Koaxialkabel durchtrennt. Das erfolgte bei Erdarbeiten bei einer Böschung“, erklärte Ing. Günter Novak, Projektmana-

ST. PÖLTEN (APA). „Es ist ein schwerer Kabelschaden im Bereich Prinzersdorf zwischen St. Pölten und Melk

Türkei: Ericsson baut GSM-Netz

WIEN (red.). Der türkische

Presse 6.3. (16)

Kurier 5.3. (26)

Telefonleitung durch
Bagger lahmgelegt

Ein Bagger hat am Donnerstag eine Haupttelefonleitung zerstört. Zwischen Wien, den westlichen Bundesländern und dem Ausland gab's „Funkstille“. Seite 13

„Funkstille“ zwischen Wien und Salzburg

Bagger kappte Telefonleitung, stundenlang herrschte Chaos im Äther, Kabel wurde wieder geflickt

Die Nachricht über die Senkung der Telefonarife war für viele Fernsprechteilnehmer am Donnerstag nur ein schwacher Trost. Zwischen Wien und den westlichen Bundesländern herrschte „Funkstille“.

Im Festnetz strapazierte das permanente Besetzzeichen die Nerven von Anrufern. Und auch die Mobiltele-

fone im Netzbereich von A 1 funktionierten nur zeitweise. Grund für die Störung war ein Kabelschaden in der Gegend von Sankt Pölten.

„Der Bagger einer Baufirma hat die Leitung durchtrennt, jetzt ist leider eine größere Reparatur notwendig“, sagte Emil Burka von der Telekom. Das Kommunikations-Unternehmen habe

zur Entschärfung der Situation mehrere Ersatzleitungen freigeschaltet. „Leider reicht die Kapazität nicht für einen störungsfreien Fernsprechverkehr“, bedauert Burka.

Obwohl sie keine Schuld an dem Zwischenfall traf, bekam die Telekom den Zorn von Kunden zu spüren. Die Leitungen zu den Störstellen waren überlastet. Viele Anru-

fer wunderten sich, daß auch Handys von dem Kabelschaden betroffen waren. „Ein Teil des Mobilfunks läuft über das Festnetz“, meint Burka. „Unsere Techniker arbeiten mit Hochdruck an der Behebung des Schadens.“

Am Nachmittag war das Kabel zu 90 Prozent wieder geflickt.

Presse 5.3. (27)

Bagger kappte Telefon-Hauptkabel

Bei Bauarbeiten an der Westbahnstrecke wurde am Donnerstag ein Hauptverkehrskabel der Telekom beschädigt. Die Verbindungen nach Westösterreich waren bis am Nachmittag zu zwei Dritteln gestört.

WIEN (apa/red.). Durch einen schweren Kabelschaden der Telekom Austria im Bereich von Prinzersdorf in Niederösterreich waren am Donnerstag die Telefonleitungen nach West-

österreich weitgehend unterbrochen. Auch Auslandsgespräche konnten nur eingeschränkt durchgeführt werden.

Bei Bauarbeiten an der Westbahnstrecke durchtrennte Donnerstag früh ein Bagger die Hauptleitung der Telekom in Richtung Westen. Ein Lichtquellen- und ein Coaxialkabel wurden dabei schwer in Mitleidenschaft gezogen.

Die Reparaturarbeiten an dem Kabel erwiesen sich als kompliziert. „Ein solcher Hochleistungsstrang besteht aus einer riesigen Anzahl von Strängen,

die nur mit einem aufwendigen Verfahren repariert werden können“, berichtet ein Telekom-Sprecher. Die Post stand mit mehreren Reparatur-Trupps im Einsatz. Erst um 15 Uhr war der Schaden behoben.

Die Unglücksstelle liegt zwischen St. Pölten und Melk. Dort wird derzeit von der Hochleistungs-AG (HL-AG) die Westbahnstrecke viergleisig ausgebaut. Der Bagger „knabberte“ das Kabel während Erdarbeiten an einer Böschung an, erklärte ein Projektmanager der HL-AG.

Sieg. Nachr. 5.3. (28)
Glasfaserkabel gekappt

Bagger legte Telefonverbindung in den Westen lahm

WIEN, ST. PÖLTEN (SN, APA). Die Telefonverbindung zwischen Ost- und Westösterreich war am Donnerstag großteils lahmgelegt. „Es ist ein schwerer Kabelschaden im Bereich Prinzersdorf zwischen St. Pölten und Melk aufgetreten. Ein Glasfaserkabel wurde durchtrennt“, erklärte Walter Zeiner von der Abteilung „Customer Care“ der Telekom Austria.

Zeiner: „Der Schaden betrifft leider unsere Hauptverkehrsstrecke in Richtung Westen. Die Kapazität ist um zwei Drittel eingeschränkt.“ Die Verbindungen nach Salzburg, Tirol und Vorarlberg waren erheblich gestört, weiters natürlich auch Auslandsgespräche.

Das Problem: Der durchtrennte Hochleistungsstrang bestand aus ei-

ner riesigen Anzahl von Strängen, die erst wieder mit einem aufwendigen Verfahren (mikro-elektro-optisch) repariert werden mußten. Erst im Verlauf des Tages bestätigte sich die Vermutung, daß die Bauarbeiten bei der Westbahn-Hochleistungsstrecke der HL-AG bei Prinzersdorf zu dem Schaden geführt haben.

Dort wird am viergleisigen Ausbau der Westbahnstrecke gearbeitet. „Der Bagger einer von uns beauftragten Firma hat bei Erdarbeiten nicht nur ein Lichtquellen- sondern auch ein Coaxialkabel (herkömmliches Telefonkabel, Anm.) durchtrennt“, erklärte Günter Novak, Projektmanager der HL-AG in diesem Bereich. Donnerstag. Am späten Nachmittag konnte der Schaden behoben werden.

Kl. Zfp. 5.3. (29)

Störung. Kein Telefonieren in Richtung Westen gab es gestern für die Bewohner des Großraums Wien über die Hauptverbindung über St. Pölten. Bei Bauarbeiten im Bereich Prinzersdorf (NÖ) war versehentlich ein Glasfaserkabel gekappt worden, eine riesige Anzahl von Strängen mußte in einem aufwendigen Verfahren (mikro-elektro-optisch) erst wieder repariert werden.

Telefonstörung

Bagger trennte
Verbindung
nach Westen

Westösterreich war Donnerstag für den Rest Österreichs telefonisch nicht zu sprechen. Bei Bauarbeiten für den viergleisigen Ausbau der Westbahnstrecke im Bereich Prinzersdorf zwischen St. Pölten und Melk durchtrennte ein Bagger die Glasfaserkabel für das Telefon. Walter Zeiner von der Abteilung „Customer Care“ der Telekom Austria: „Der Schaden betrifft leider unsere Hauptverkehrsstrecke“ in Richtung Westen. Die Kapazität ist um zwei Drittel eingeschränkt.“ Der ab 8.19 Uhr gestörte Betrieb konnte um 15 Uhr wieder aufgenommen werden. Die Verbindungen nach Salzburg, Tirol und Vorarlberg sowie Auslandsgespräche waren erheblich gestört.

W. Zfp. 5.3. (30)

Contents

1. Telecommunication: The General Problem
2. Newspaper Reports
3. **Survivability**
4. Integrated Topology, Capacity, and Routing Optimization as well as Survivability Planning



Network Design: Tasks to be solved

Some Examples

- Locating the sites for antennas (TRXs) and base transceiver stations (BTSs)
- Assignment of frequencies to antennas
- Cryptography and error correcting encoding for wireless communication
- Clustering BTSs
- Locating base station controllers (BSCs)
- Connecting BTSs to BSCs



Network Design: Tasks to be solved

Some Examples (continued)

- Locating Mobile Switching Centers (MSCs)
- Clustering BSCs and Connecting BSCs to MSCs
- Designing the BSC network (BSS) and the MSC network (NSS or core network)
 - Topology of the network
 - Capacity of the links and components
 - Routing of the demand
 - Survivability in failure situations

Most of these problems turn out to be
Combinatorial Optimization or
Mixed Integer Programming Problems

Chapter 10

Design of Survivable Networks

M. Grötschel

Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin, Heilbronner Str. 10, D-10711 Berlin, Germany

C.L. Monma

Bell Communications Research, 445 South Street, Morristown, NJ 07960, U.S.A

M. Stoer

Telenor Research, P.O. Box 83, N-2007 Kjeller, Norway

1. Overview

This chapter focuses on the important practical and theoretical problem of designing survivable communication networks, i.e., communication networks that are still functional after the failure of certain network components. We motivate this topic in Section 2 by using the example of fiber optic communication network design for telephone companies. A very general model (for undirected networks) is presented in Section 3 which includes practical, as well as theoretical, problems, including the well-studied minimum spanning tree, Steiner tree, and minimum cost k -connected network design problems.



Hence, it is vital to take into account such failure scenarios and their potential negative consequence when designing fiber communication networks. Recall that one of the major functions of a communication network is to provide connectivity between users in order to provide a desired service. We use the term 'survivability' to mean the ability to restore network service in the event of a catastrophic failure, such as the complete loss of a transmission link or a facility switching node. Service could be restored by means of routing traffic around the damage through other existing facilities and switches, if this contingency is provided for in the network architecture. This requires additional connectivity in the network topology and a means to automatically reroute traffic after the detection of a failure.

A network topology could provide protection against a single link failure if it remains connected after the failure of any single link. Such a network is called 'two-edge connected' since at least two edges have to be removed in order to disconnect the network. However, if there is a node in the network whose removal does disconnect the network, such a network would not protect against a single node failure. Protection against a single node failure can be provided in an analogous manner by 'two-node connected' networks.

In the case of fiber communication networks for telephone companies, two-connected topologies provide an adequate level of survivability since most failures usually can be repaired relatively quickly and, as statistical studies have revealed, it is unlikely that a second failure will occur in their duration. However, for other applications it may be necessary to provide higher levels of connectivity.



The Data

The survivability conditions require that the network satisfy certain edge and node connectivity requirements. To specify these, three nonnegative integers r_{st} , k_{st} and d_{st} are given for each pair of distinct nodes $s, t \in V$. The numbers r_{st} represent the *edge survivability requirements*, and the numbers k_{st} and d_{st} represent the *node survivability requirements*; this means that the network $N = (V, F)$ to be designed has to have the property that, for each pair $s, t \in V$ of distinct nodes, N must contain at least r_{st} edge-disjoint $[s, t]$ -paths, and that the removal of at most k_{st} nodes (different from s and t) from N must leave at least d_{st} edge-disjoint $[s, t]$ -paths. (Clearly, we may assume that $k_{st} \leq |V| - 2$ for all $s, t \in V$, and we will do this throughout this chapter). These conditions ensure that some communication path between s and t will survive a prespecified level of combined failures of both nodes and links. The levels of survivability specified depend on the relative importance placed on maintaining connectivity between different pairs of offices.

Given $G = (V, E)$ and $r, k, d \in \mathbf{Z}_+^{E_V}$, extend the functions r and d to functions operating on sets by setting

$$\text{con}(W) := \max\{r_{st} \mid s \in W, t \in V \setminus W\} \quad (1)$$

and

$$d(Z, W) := \max\{d_{st} \mid s \in W \setminus Z, t \in V \setminus (Z \cup W)\} \text{ for } Z, W \subseteq V. \quad (2)$$

We call a pair (Z, W) with $Z, W \subseteq V$ *eligible* (with respect to k) if $Z \cap W = \emptyset$ and $|Z| = k_{st}$ for at least one pair of nodes s, t with $s \in W$ and $t \in V \setminus (Z \cup W)$.



The IP Model

- minimum cost spanning tree
- minimum cost Steiner tree
- min-cost k-edge or k-node-connected subgraph

Let us now introduce a variable x_e for each edge $e \in E$, and consider the vector space $\mathbf{R}^E$. Every subset $F \subseteq E$ induces an *incidence vector* $\chi^F = (\chi_e^F)_{e \in E} \in \mathbf{R}^E$ by setting $\chi_e^F := 1$ if $e \in F$, $\chi_e^F := 0$ otherwise; and vice versa, each 0/1-vector $x \in \mathbf{R}^E$ induces a subset $F^x := \{e \in E \mid x_e = 1\}$ of the edge set E of G . If we speak of the incidence vector of a path in the sequel we mean the incidence vector of the edges of the path. We can now formulate the network design problem introduced above as an integer linear program with the following constraints.

- $$\begin{aligned}
 \text{(i)} \quad & \sum_{i \in W} \sum_{j \in V \setminus W} x_{ij} \geq \text{con}(W) \quad \text{for all } W \subseteq V, \emptyset \neq W \neq V, \\
 \text{(ii)} \quad & \sum_{i \in W} \sum_{j \in V \setminus (Z \cup W)} x_{ij} \geq d(Z, W) \quad \text{for all eligible } (Z, W) \text{ of subsets of } V, \\
 \text{(iii)} \quad & 0 \leq x_{ij} \leq 1 \quad \text{for all } ij \in E, \\
 \text{(iv)} \quad & x_{ij} \text{ integral} \quad \text{for all } ij \in E.
 \end{aligned} \tag{3}$$

Note that if $N - Z$ contains at least d_{st} edge-disjoint $[s, t]$ -paths for each pair s, t of distinct nodes in V and for each set $Z \subseteq V \setminus \{s, t\}$ with $|Z| = k_{st}$, and if $r_{st} = k_{st} + d_{st}$, then all node survivability requirements are satisfied, i.e., inequalities of type (3ii) need not be considered for node sets $Z \subseteq V \setminus \{s, t\}$ with $|Z| < k_{st}$. It follows from Menger's theorem (see [Frank, 1995]) that, for every feasible solution x of (3), the subgraph $N = (V, F^x)$ of G defines a network that satisfies the given edge and node survivability requirements.

To obtain a better LP-relaxation of (3) than the one arising from dropping the integrality constraints (3iv), we define the following polytope. Let $G = (V, E)$ be a graph, let $E_V := \{st \mid s, t \in V, s \neq t\}$, and let $r, k, d \in \mathbb{Z}_+^{E_V}$ be given. Then

$$\text{CON}(G; r, k, d) := \text{conv}\{x \in \mathbb{R}^E \mid x \text{ satisfies (3i)–(3iv)}\} \quad (4)$$

is the polytope associated with the network design problem given by the graph G and the edge and node survivability requirements r, k , and d . (Above ‘conv’ denotes the convex hull operator.) In the sequel, we will study $\text{CON}(G; r, k, d)$ for various special choices of r, k and d . Let us mention here a few general properties of $\text{CON}(G; r, k, d)$ that are easy to derive.

Let $G = (V, E)$ be a graph and $r, k, d \in \mathbb{Z}_+^{E_V}$ be given as above. We say that $e \in E$ is *essential with respect to* $(G; r, k, d)$ (short: $(G; r, k, d)$ -essential) if $\text{CON}(G - e; r, k, d) = \emptyset$. In other words, e is essential with respect to $(G; r, k, d)$ if its deletion from G results in a graph such that at least one of the survivability requirements cannot be satisfied. We denote the set of edges in E that are essential with respect to $(G; r, k, d)$ by $\text{ES}(G; r, k, d)$. Clearly, for all subsets $F \subseteq E \setminus \text{ES}(G; r, k, d)$, $\text{ES}(G; r, k, d) \subseteq \text{ES}(G - F; r, k, d)$ holds. Let $\dim(S)$ denote the *dimension* of a set $S \subseteq \mathbb{R}^n$, i.e., the maximum number of affinely independent elements in S minus 1. Then one can easily prove the following two results [see Grötschel & Monma, 1990].

Theorem 1. *Let $G = (V, E)$ be a graph and $r, k, d \in \mathbb{Z}_+^{E_V}$ such that $\text{CON}(G; r, k, d) \neq \emptyset$. Then*

$$\text{CON}(G; r, k, d) \subseteq \{x \in \mathbb{R}^E \mid x_e = 1 \text{ for all } e \in \text{ES}(G; r, k, d)\}, \text{ and} \\ \dim(\text{CON}(G; r, k, d)) = |E| - |\text{ES}(G; r, k, d)|.$$

Theorem 2. *Let $G = (V, E)$ be a graph and $r, k, d \in \mathbb{Z}_+^{E_V}$ such that $\text{CON}(G; r, k, d) \neq \emptyset$. Then*

- (a) $x_e \leq 1$ defines a facet of $\text{CON}(G; r, k, d)$ if and only if $e \in E \setminus \text{ES}(G; r, k, d)$;*
- (b) $x_e \geq 0$ defines a facet of $\text{CON}(G; r, k, d)$ if and only if $e \in E \setminus \text{ES}(G; r, k, d)$ and $\text{ES}(G; r, k, d) = \text{ES}(G - e; r, k, d)$.*

Theorems 1 and 2 solve the dimension problem and characterize the trivial facets. But these characterizations are (in a certain sense) algorithmically intractable as the next observation shows, which follows from results of Ling & Kameda [1987].

Remark 1. *The following three problems are NP-hard.*

Instance: A graph $G = (V, E)$ and vectors $r, k, d \in \mathbb{Z}_+^E$.

Question 1: Is $\text{CON}(G; r, k, d)$ nonempty?

Question 2: Is $e \in E$ $(G; r, k, d)$ -essential?

Question 3: What is the dimension of $\text{CON}(G; r, k, d)$?

However, for most cases of practical interest in the design of survivable networks, the sets $\text{ES}(G; r, k, d)$ of essential edges can be determined easily, and thus the trivial LP-relaxation of (3) can be set up without difficulties by removing the redundant inequalities identified by Theorem 2.

Node types

For any subset of edges $F \subseteq E$, we let $x(F)$ stand for the sum $\sum_{e \in F} x_e$. Consider the following integer linear program for a graph $G = (V, E)$ with edge costs c_e for all $e \in E$ and node types r_s for all $s \in V$ [using (5) in the definition of $\text{con}(W)$ in (1)]:

To tie this notation with the previously introduced more general concept, note that

$$k\text{ECON}(G; r) = \text{CON}(G; r', 0, 0),$$

where $r' \in \mathbf{R}^{V \times V}$ with $r'_{st} := \min\{r_s, r_t\}$ for all $s, t \in V$. Also, if there are no parallel edges then

$$k\text{NCON}(G; r) = \text{CON}(G; r', k', d'),$$

where $k'_{st} := \max\{0, r'_{st} - 1\}$ for all $s, t \in V$ and $d' := r' - k'$.

It follows from Menger's theorem that the feasible solutions of (6) are the incidence vectors of edge sets F such that $N = (V, F)$ satisfies all node survivability conditions; i.e., (6) is an integer programming formulation of the $k\text{NCON}$ problem. Deleting inequalities (6ii) we obtain, again from Menger's theorem, an integer programming formulation for the $k\text{ECON}$ problem. The inequalities of type (6i) will be called *cut inequalities* and those of type (6ii) will be called *node cut inequalities*.

The polyhedral approach to the solution of the $k\text{NCON}$ (and similarly the $k\text{ECON}$) problem consists of studying the polyhedron obtained by taking the convex hull of the feasible solutions of (6). We set

$$k\text{NCON}(G; r) := \text{conv}\{x \in \mathbf{R}^E \mid x \text{ satisfies (6i)–(6iv)}\},$$

$$k\text{ECON}(G; r) := \text{conv}\{x \in \mathbf{R}^E \mid x \text{ satisfies (6i), (6iii) and (6iv)}\}.$$



How does one find further classes of valid inequalities? One approach is to infer inequalities from structural investigations. For instance, the cut inequalities ensure that every cut separating two nodes contains at least r_{st} edges. These correspond to partitioning the node set into two parts and guaranteeing that there are enough edges linking them. We can generalize this idea as follows. Let us call a system $W_1, \dots, W_p$ of nonempty subsets of V with $W_i \cap W_j = \emptyset$ for $1 \leq i < j \leq p$, and $W_1 \cup \dots \cup W_p = V$ a *partition* of V and let us call

$$\begin{aligned} \delta(W_1, \dots, W_p) &:= \\ &:= \{uv \in E \mid \exists i, j, 1 \leq i, j \leq p, i \neq j \text{ with } u \in W_i, v \in W_j\} \end{aligned}$$

a *multicut* or *p-cut* (if we want to specify the number p of *shores* $W_1, \dots, W_p$ of the multicut). Depending on the numbers $\text{con}(W_1), \dots, \text{con}(W_p)$, any survivable network (V, F) will have to contain at least a certain number of edges of the multicut $\delta(W_1, \dots, W_p)$. For every partition it is possible to compute a lower bound of this number, and thus to derive a valid inequality for every node partition (resp. multicut). This goes as follows.

Suppose $W_1, \dots, W_p$ is a partition of V such that $\text{con}(W_i) \geq 1$ for $i = 1, \dots, p$. Let $I_1 := \{i \in \{1, \dots, p\} \mid \text{con}(W_i) = 1\}$, and $I_2 := \{i \in \{1, \dots, p\} \mid \text{con}(W_i) \geq 2\}$. Then the *partition inequality* (or multicut inequality) induced by $W_1, \dots, W_p$ is defined as

$$\begin{aligned} x(\delta(W_1, \dots, W_p)) &= \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p x(\delta(W_i)) \geq \begin{cases} \left\lceil \frac{1}{2} \sum_{i \in I_2} \text{con}(W_i) \right\rceil + |I_1| & \text{if } I_2 \neq \emptyset, \\ p - 1 & \text{if } I_2 = \emptyset. \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

Every partition inequality is valid for $k\text{ECON}(G; r)$ and thus for $k\text{NCON}(G; r)$.

b-matchings and r-covers

on b -matching, see Edmonds [1965]. Edmonds proved that, for any vector $b \in Z_+^V$, the vertices of the polyhedron defined by

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & y(\delta(v)) \leq b_v && \text{for all } v \in V, \\ \text{(ii)} \quad & y(E(H)) + y(\bar{T}) \leq \left\lfloor \frac{1}{2} \sum_{v \in H} (b_v + |\bar{T}|) \right\rfloor && \text{for all } H \subseteq V \\ & && \text{and all } \bar{T} \subseteq \delta(H), \text{ and} \\ \text{(iii)} \quad & 0 \leq y_e \leq 1 && \text{for all } e \in E \end{aligned} \quad (13)$$

are precisely the incidence vectors of all (1-capacitated) b -matchings of G , i.e., of edge sets M such that no node $v \in V$ is contained in more than b_v edges of M . For the case $b_v := |\delta(v)| - r_v$, the b -matchings M are nothing but the complements $M = E \setminus F$ of r -covers F of G . Using the transformation $x := 1 - y$ and $T := \delta(H) \setminus \bar{T}$ we obtain the system

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & x(\delta(v)) \geq r_v && \text{for all } v \in V, \\ \text{(ii)} \quad & x(E(H)) + x(\delta(H) \setminus T) \geq \left\lfloor \frac{1}{2} \sum_{v \in H} (r_v - |T|) \right\rfloor && \text{for all } H \subseteq V \\ & && \text{and all } T \subseteq \delta(H), \text{ and} \\ \text{(iii)} \quad & 0 \leq x_e \leq 1 && \text{for all } e \in E. \end{aligned} \quad (14)$$

(14) gives a complete description of the convex hull of the incidence vectors of all r -covers of G . We call the inequalities (14ii) *r-cover inequalities*. Since every solution of the k ECON problem for G and r is an r -cover, all inequalities (14ii) are valid for k ECON($G; r$). It is a trivial matter to observe that those inequalities (14ii) where $\sum_{v \in H} r_v - |T|$ is even are redundant. For the case $r_v = 2$ for all

Generalizations of r -cover inequalities

Based on these observations one can extend inequalities (14ii) to more general classes of inequalities valid for $k\text{ECON}(G; r)$ (but possibly not valid for the r -cover polytope). We present here one such generalization.

Let H be a subset of V called the *handle*, and $T \subseteq \delta(H)$ with $|T|$ odd and $|T| \geq 3$. For each $e \in T$, let T_e denote the set of the two end nodes of e . The sets $T_e, e \in T$, are called *teeth*. Let $H_1, \dots, H_p$ be a partition of H into nonempty pairwise disjoint subsets such that $r(H_i) \geq 1$ for $i = 1, \dots, p$, and $|H_i \cap T_e| \leq r(H_i) - 1$ for all $i \in \{1, \dots, p\}$ and all $e \in T$. Let $I_1 := \{i \in \{1, \dots, p\} \mid r(H_i) = 1\}$ and $I_2 = \{i \in \{1, \dots, p\} \mid r(H_i) \geq 2\}$. We call

$$x(E(H)) - \sum_{i=1}^p x(E(H_i)) + x(\delta(H) \setminus T) \geq \left\lceil \frac{1}{2} \sum_{i \in I_2} (r(H_i) - |T|) \right\rceil + |I_1| \quad (15)$$

the *lifted r -cover inequality* (induced by $H_1, \dots, H_p, T$). All inequalities of type (15) are valid for $k\text{ECON}(G; r)$.



Facets: one example

Theorem 2. *Let $G = (V, E)$ be a graph and $r \in \mathbb{Z}_+^V$ such that $k\text{ECON}(G; r)$ (respectively, $k\text{NCON}(G; r)$) is full-dimensional. Then*

- a. $x_e \leq 1$ defines a facet of $k\text{ECON}(G; r)$ (respectively, $k\text{NCON}(G; r)$) for all e ;
- b. $x_e \geq 0$ defines a facet of $k\text{ECON}(G; r)$ (respectively, $k\text{NCON}(G; r)$) if and only if for every edge $f \neq e$ the polytope $k\text{ECON}(G - \{e, f\}; r)$ (respectively, $k\text{NCON}(G - \{e, f\}; r)$) is nonempty.



Facets: another example

Theorem 3. Let $G = (V, E)$ be a $(k + 1)$ -edge connected graph, let $r_v = k$ for all nodes $v \in V$, and let $W \neq V$ be a nonempty node set. Define for each $W_i \subseteq W$ with $\emptyset \neq W_i \neq W$ the deficit of W_i as

$$\text{def}_G(W_i) := \max \{0, k - |\delta_{G[W]}(W_i)|\}.$$

Define similarly for $U_i \subseteq V \setminus W$ with $\emptyset \neq U_i \neq V \setminus W$

$$\text{def}_G(U_i) := \max \{0, k - |\delta_{G[V \setminus W]}(U_i)|\}.$$

The cut inequality

$$x(\delta(W)) \geq k$$

defines a facet of the polytope $k\text{ECON}(G; r)$ of k -edge connected graphs if and only if

- $G[W]$ and $G[V \setminus W]$ are connected, and
- for all edges $e \in E(W) \cup E(V \setminus W)$, for all pairwise disjoint node sets $W_1, \dots, W_p$ ($p \geq 0$) of W with $W_i \neq W$ for all i , and for all pairwise disjoint node sets $U_1, \dots, U_q$ ($q \geq 0$) of $V \setminus W$ with $U_i \neq V \setminus W$ for all i , the following inequality holds:

$$\sum_{i=1}^p \text{def}_{G-e}(W_i) + \sum_{i=1}^q \text{def}_{G-e}(U_i) - \left| \left[\bigcup_{i=1}^p W_i; \bigcup_{i=1}^q U_i \right] \right| \leq k.$$



Data

Table 1
Data for LATA problems

Problem	Original graphs					Reduced graphs				
	0	1	2	Nodes	Edges	0	1	2	Nodes	Edges
LATADMA	0	12	24	36	65/0	0	6	15	21	46/4
LATA1	8	65	14	77	112/0	0	10	14	24	48/2
LATA5S	0	31	8	39	71/0	0	15	8	23	50/0
LATA5L	0	36	10	46	98/0	0	20	9	29	77/1
LATADSF	0	108	8	116	173/40	0	28	11	39	86/26
LATADS	0	108	8	116	173/0	0	28	11	39	86/3
LATADL	0	84	32	116	173/0	0	11	28	39	86/6

Reduction

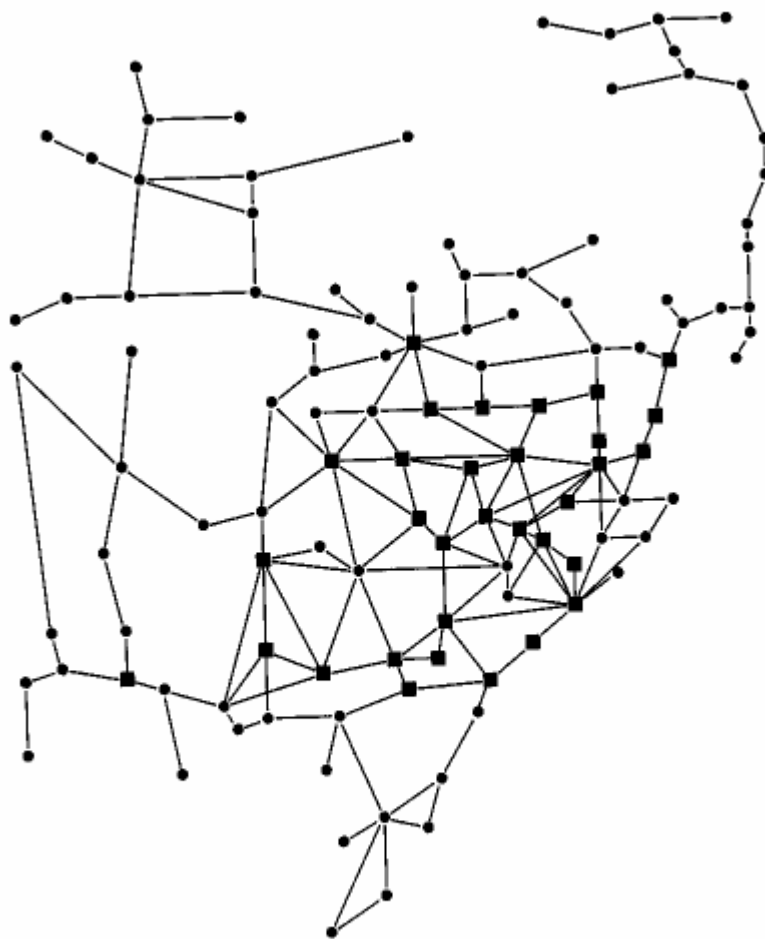


Fig. 4. Original graph of LATADL-problem.

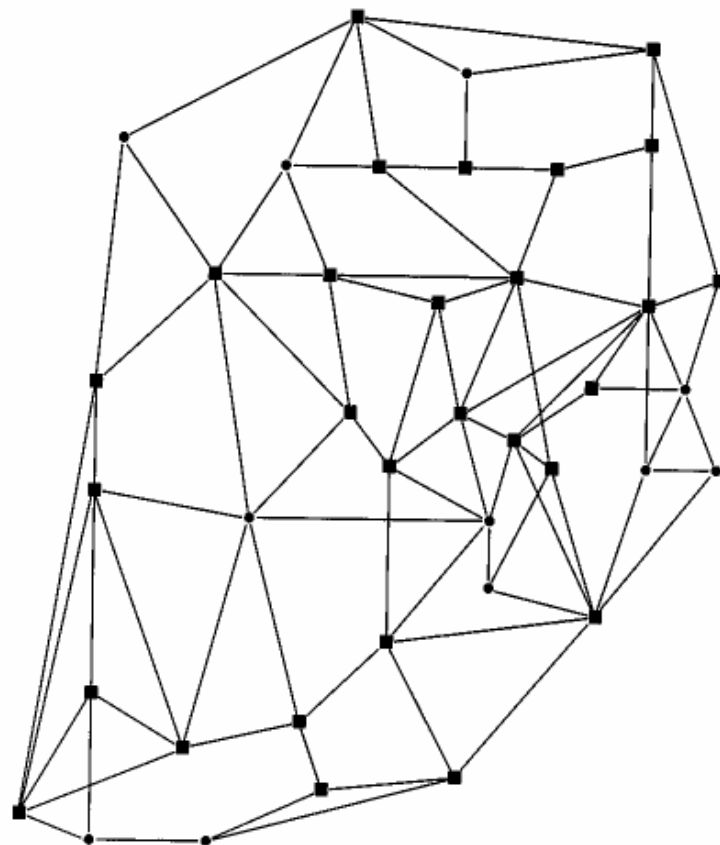


Fig. 5. Reduced graph of LATADL-problem.

computational Results

Table 2

Performance of branch & cut on LATA problems

Problem	IT	P	NP	RC	C	COPT	GAP	T	BN	BD	BT
LATADMA	12	65	3	7	1489	1489	0	1			
LATA1	4	73	0	1	4296	4296	0	1			
LATA5S	4	76	0	0	4739	4739	0	1			
LATA5LE	7	120	0	0	4574	4574	0	1			
LATA5L	19	155	12	0	4679	4726	0.99	2	4	2	4
LATADSF	7	43	0	0	7647	7647	0	1			
LATADS	17	250	0	4	7303.60	7320	0.22	4	28	9	17
LATADL	14	182	0	28	7385.25	7400	0.20	3	32	10	21

IT = number of iterations (= calls to the LP-solver) used in the cutting plane phase; NP = number of nodes in the cutting plane phase; RC = number of lifted r -cover phase; C = value of the optimum solution after termination; COPT = value of the optimum solution after termination; GAP = $100 \times (\text{COPT} - C) / \text{COPT}$ (in the cutting plane phase); T = total running time including cutting plane phase (not including branch & cut), in seconds; BN = number of branch & cut nodes generated; BD = maximum depth of the branch & cut tree; BT = total running time including the cutting plane phase.

Table 4

Comparison of heuristic values with optimal values

Problem	COPT	CHEUR	GAP
LATADMA	1489	1494	0.34
LATA1	4296	4296	0
LATA5S	4739	4739	0
LATA5LE	4574	4574	0
LATA5L	4726	4794	1.44
LATADSF	7647	7727	1.05
LATADS	7320	7361	0.56
LATADL	7400	7460	0.81

LATA DL: optimum solution

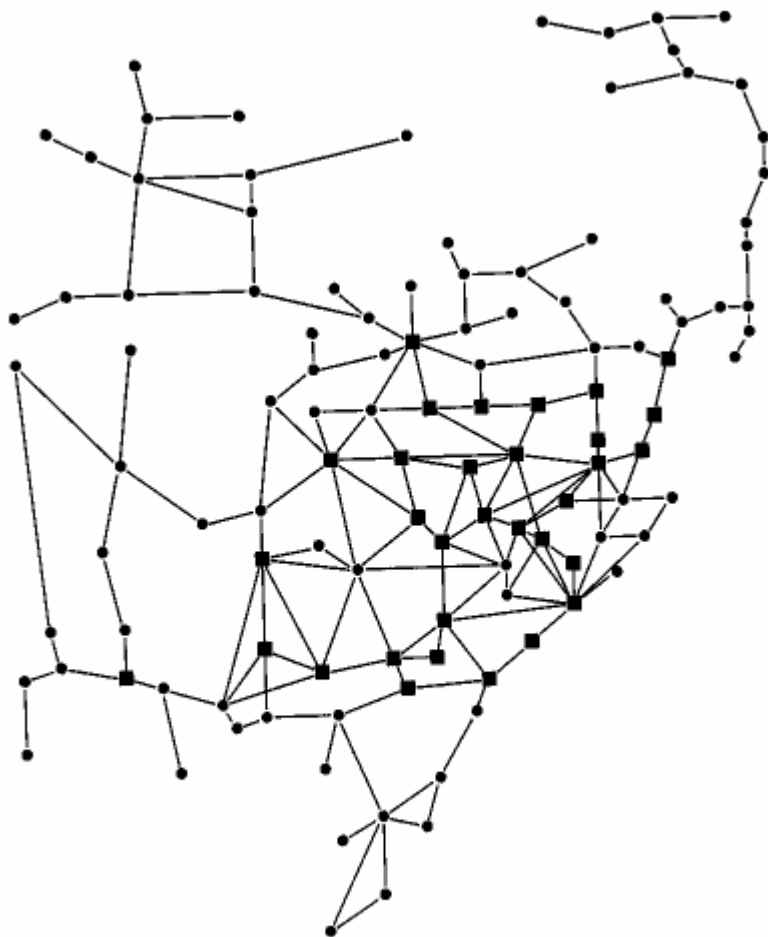


Fig. 4. Original graph of LATADL-problem.

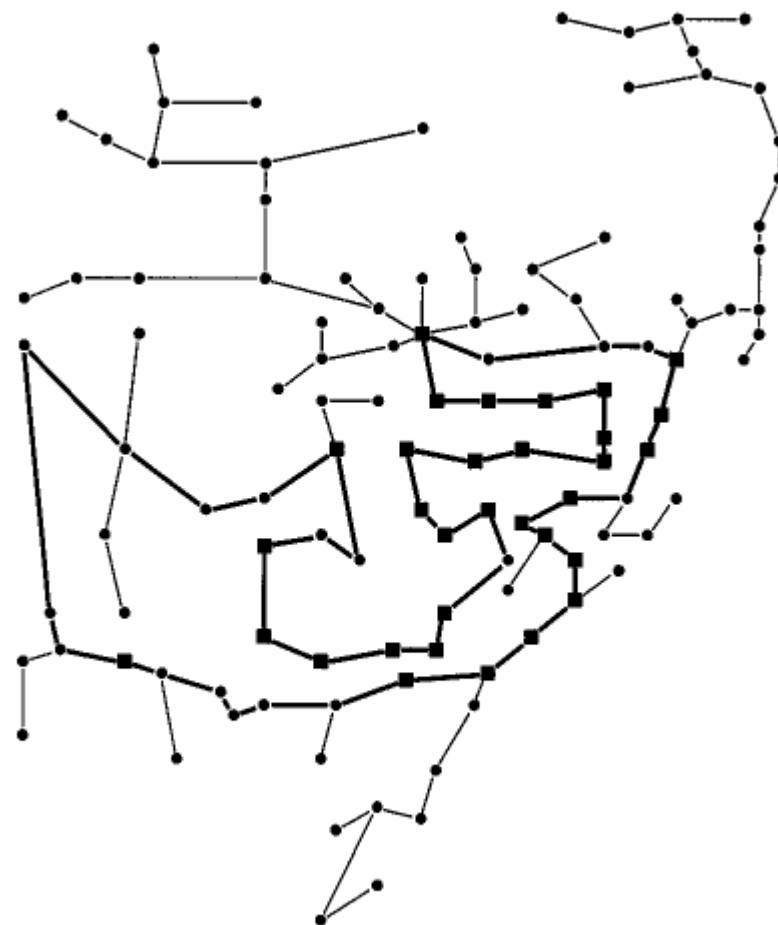


Fig. 6. Solution of LATADL-problem.

The Ship Problem: higher connectivity

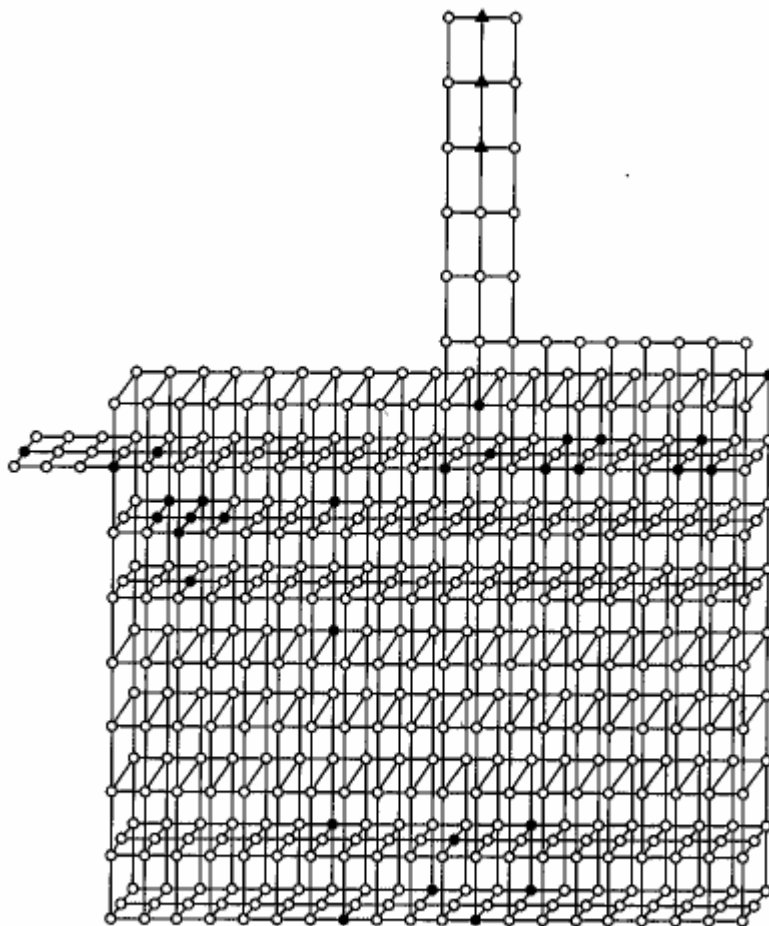


Fig. 7. Grid graph of the ship problem.

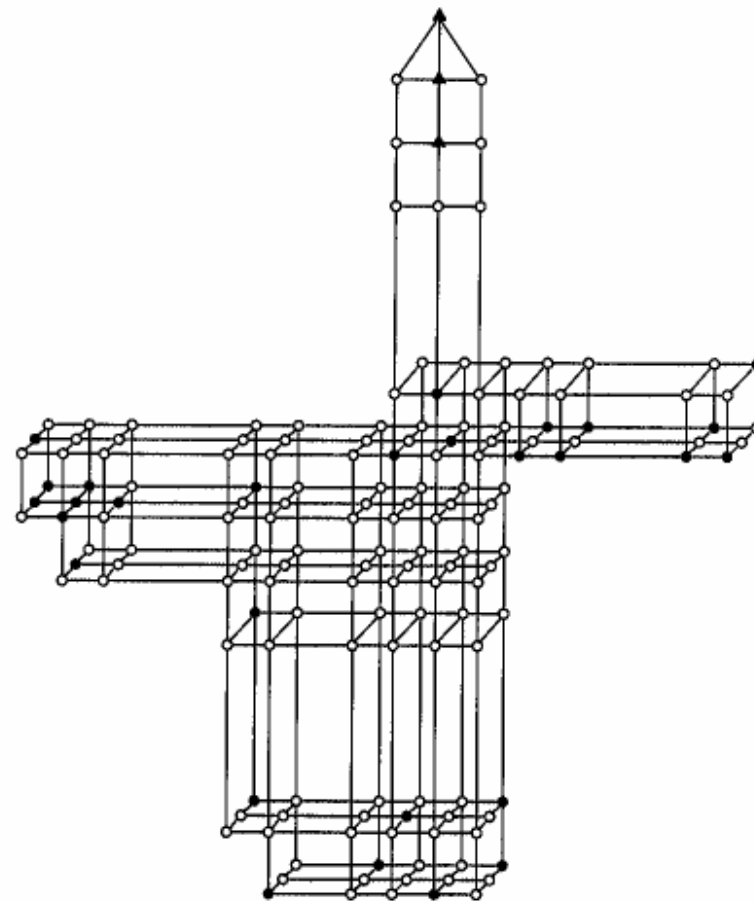


Fig. 8. Reduced grid graph of the 'ship13' problem.

The Ship Problem: higher connectivity

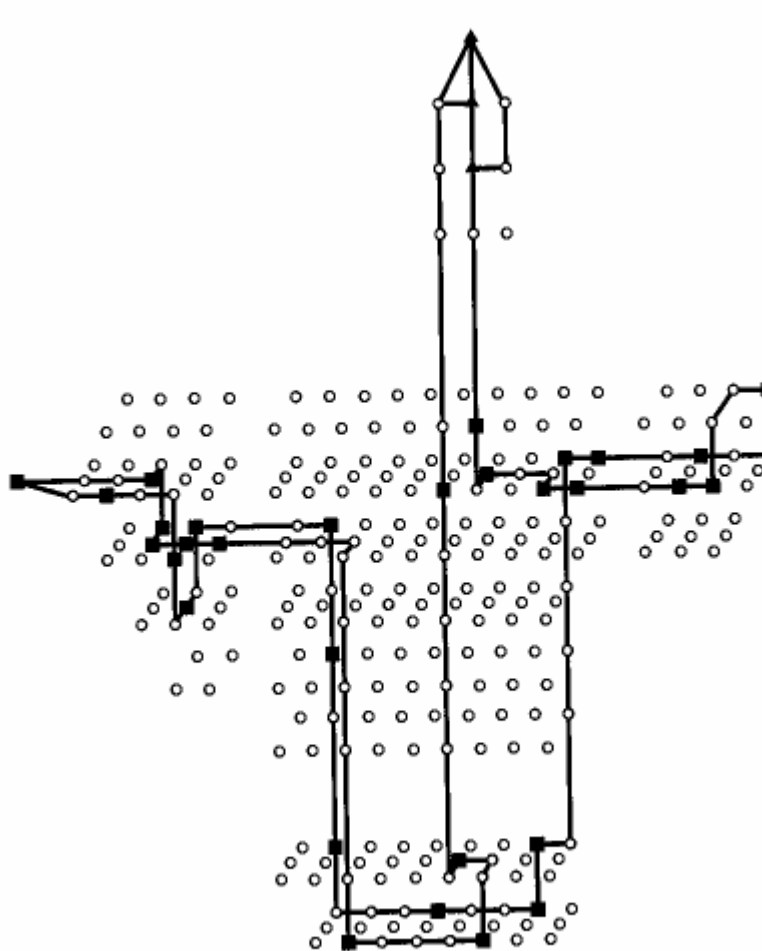


Fig. 9. Optimum solution of reduced 'ship23' problem

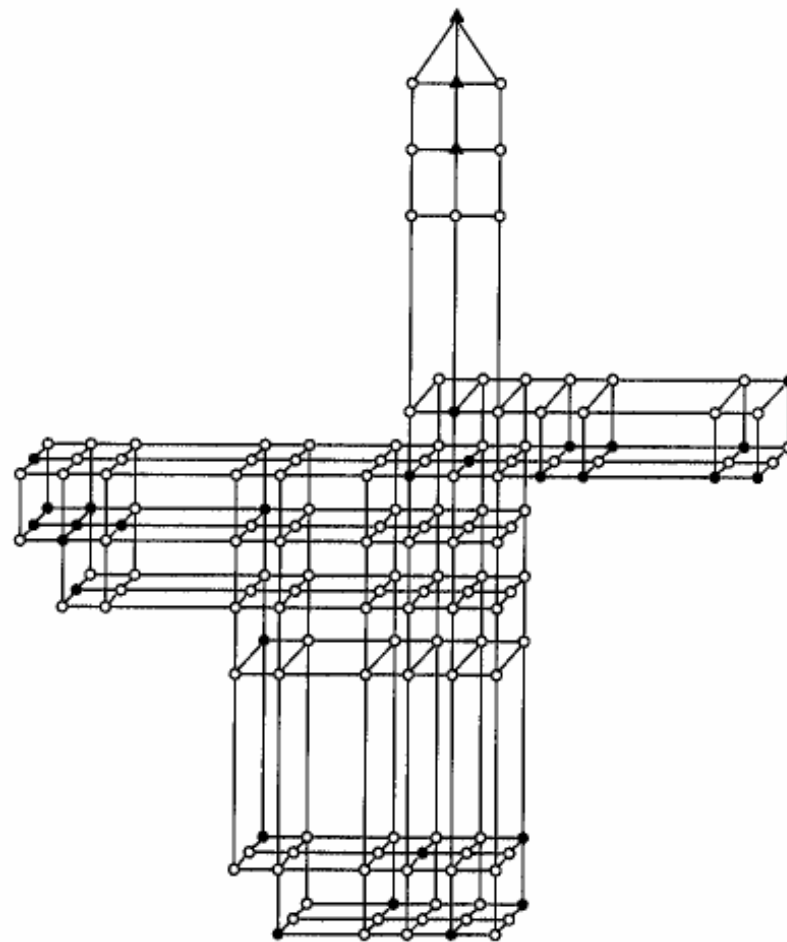


Fig. 8. Reduced grid graph of the 'ship13' problem.

The Ship Problem: higher connectivity

Table 6
Performance of cutting plane algorithm on ship problems

Problem	VAR	IT	PART	RCOV	LB	UB	GAP (%)	Time (min:s)
ship13	1088	3252	777261	0	211957.1	217428	2.58	10122:35
ship23	1088	15	4090	0	286274	286274	0	27:20
ship33	1082	42	10718	1	461590.6	483052	4.64	55:26
ship13red	322	775	200570	0	217428	217428	0	426:47
ship23red	604	12	2372	0	286274	286274	0	1:54
ship33red	710	40	9817	0	462099.3	483052	4.53	34:52

Problem = problem name, where 'red' means reduced; VAR = number of edges minus number of forced edges; IT = number of LPs solved; PART = number of partition inequalities added; RCOV = number of r -cover inequalities added; LB = lower bound (= optimal LP value); UB = upper bound (= heuristic value); GAP = $(UB - LB)/LB$.

Table 7
Relative running times on ship problems

Problem	PT (%)	LPT (%)	CT (%)	MT [Ⓜ] (%)	Time (min:s)
ship13	0.0	75.6	23.9	0.5	10122:35
ship23	0.0	13.1	86.4	0.4	27:20
ship33	0.0	31.2	68.2	0.6	55:26
ship13red	0.0	68.5	30.1	1.4	426:47
ship23red	0.1	39.2	58.6	1.9	1:54
ship33red	0.0	41.1	58.4	0.5	34:52

Problem = problem name where 'red' means reduced; PT = time spent for reduction of problem; LPT = time spent for LP solving; CT = time spent for separation; MT = time on miscellaneous items, input, output, etc.

Contents

1. Telecommunication: The General Problem
2. Newspaper Reports
3. Survivability
4. Integrated Topology, Capacity, and Routing Optimization as well as Survivability Planning



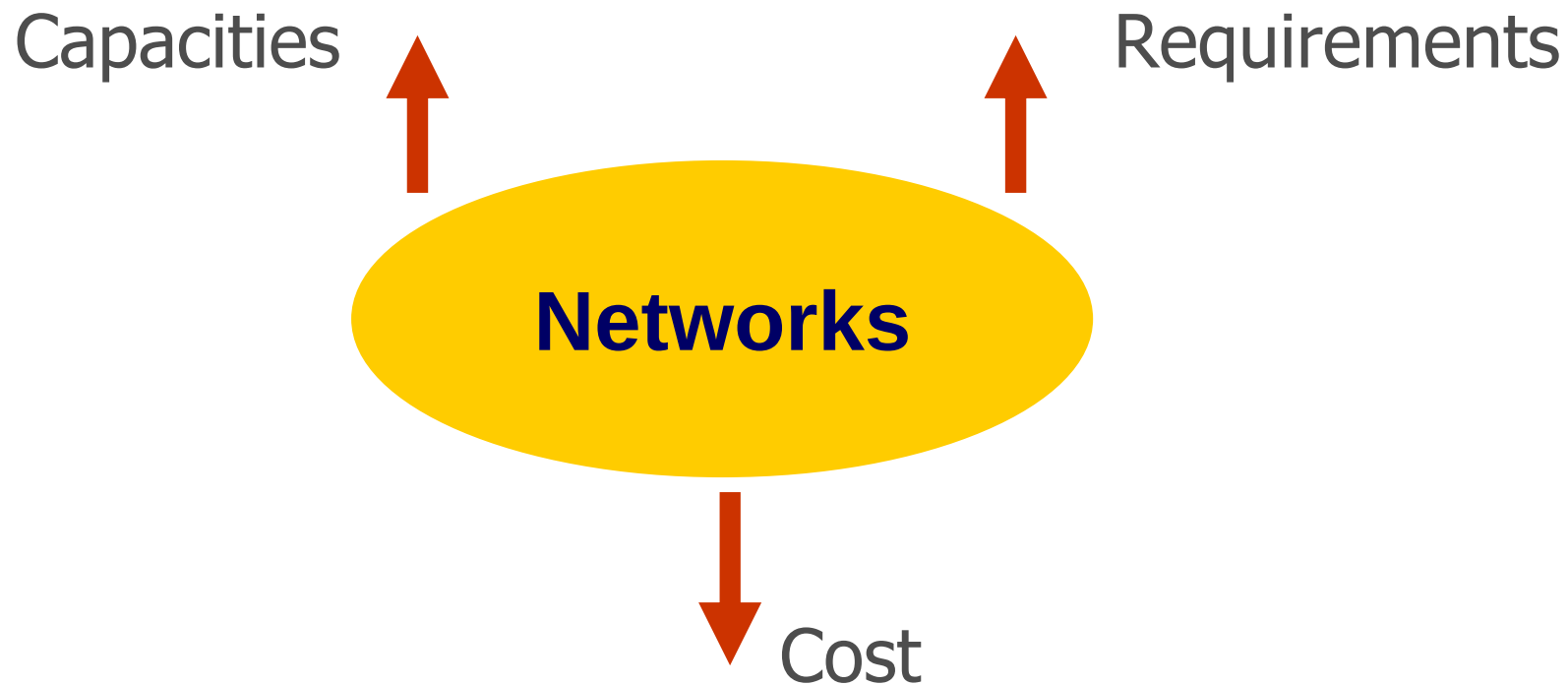
Network Design: Tasks to be solved

Some Examples (continued)

- Locating Mobile Switching Centers (MSCs)
- Clustering BSCs and Connecting BSCs to MSCs
- Designing the BSC network (BSS) and the MSC network (NSS or core network)
 - Topology of the network
 - Capacity of the links and components
 - Routing of the demand
 - Survivability in failure situations



Network Optimization



What needs to be planned?

- Topology
 - Capacities
 - Routing
 - Failure Handling (Survivability)
-
- IP Routing
 - Node Equipment Planning
 - Optimizing Optical Links and Switches

DISCNET: A Network Planning Tool

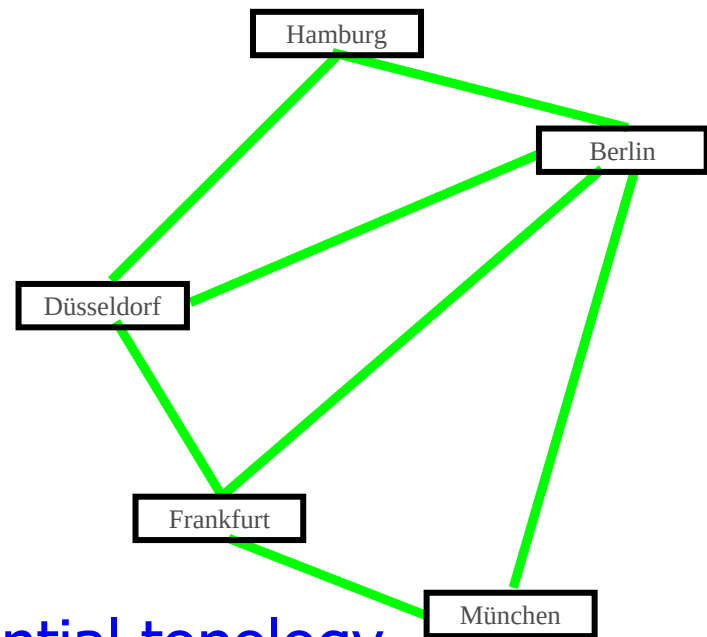
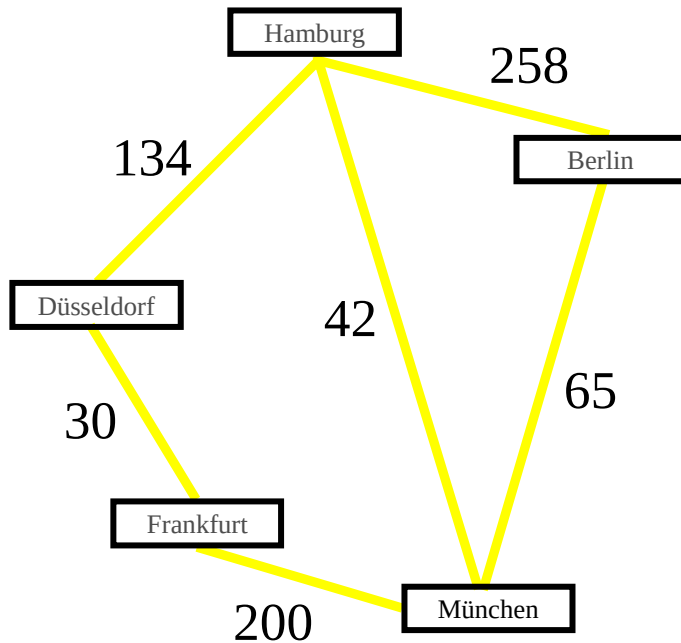
(Dimensioning Survivable Capacitated NETWORKs)

atesio ZIB Spin-Off



The Network Design Problem

Communication Demands



Potential topology
&
Capacities

Capacities

(P)SDH=(poly)synchronous digital hierarchy

PDH

2 Mbit/s

34 Mbit/s

140 Mbit/s

SDH

155 Mbit/s

622 Mbit/s

2,4 Gbit/s

... WDM ($n \times \text{STM-N}$)

Two capacity models : **Discrete Finite Capacities**
Divisible Capacities

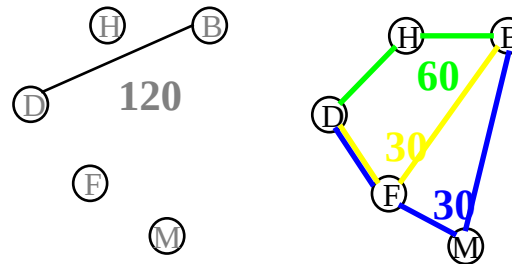
WDM=Wavelength Division Multiplexer

STM-N=Synchronous Transport Modul with N STM-1 Frames

Survivability

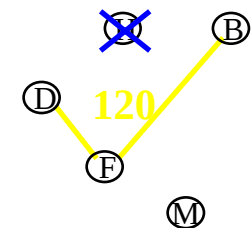
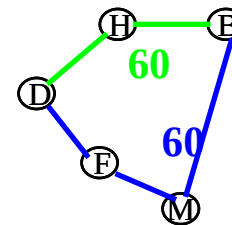
Diversification

„route node-disjoint“



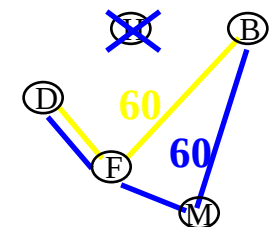
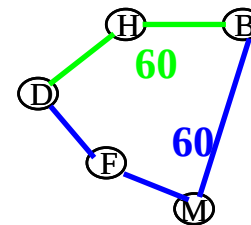
Reservation

„reroute all demands“
(or p% of all demands)



Path restoration

„reroute affected demands“
(or p% of all affected demands)



Model: Capacities

Capacity variables : $\mathbf{e} \in \mathbf{E}, t = 1, \dots, T_e$

$$x_e^t \in \{0, 1\}$$

Cost function :

$$\min \sum_{e \in E} \sum_{t=1}^{T_e} k_e^t x_e^t$$

Capacity constraints : $\mathbf{e} \in \mathbf{E}$

$$1 = x_e^0 \geq x_e^1 \geq \dots \geq x_e^{T_e} \geq 0$$

$$y_e = \sum_{t=0}^{T_e} c_e^t x_e^t$$

Model: Routings

Path variables : $s \in S, uv \in D_s, P \in P_{uv}^s$

$$f_{uv}^s(P) \geq 0$$

Path length restriction

Capacity constraints : $e \in E$

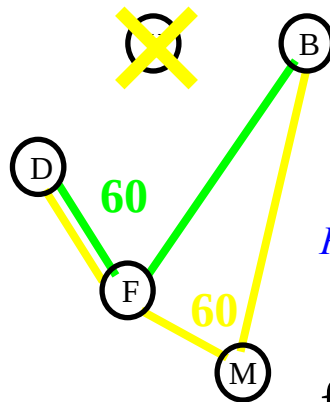
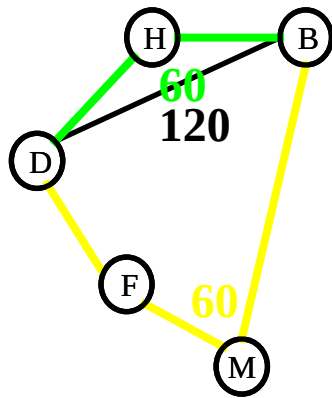
$$y_e \geq \sum_{uv \in D} \sum_{P \in P_{uv}^0 : e \in P} f_{uv}^0(P)$$

Demand constraints : $uv \in D$

$$d_{uv} = \sum_{P \in P_{uv}^0} f_{uv}^0(P)$$

Model: Survivability (one example)

Path restoration „reroute **affected** demands“



for all $s \in S$, $uv \in D_s$

$$\sum_{P \in P_{uv}^s \cap P_{uv}^0} f_{uv}^0(P) + \sum_{P \in P_{uv}^s : e \in P} f_{uv}^s(P) \geq \sigma_{uv} d_{uv}$$

for all $s \in S$, $e \in E_s$

$$\sum_{uv \in D_s} \left(\sum_{P \in P_{uv}^s \cap P_{uv}^0 : e \in P} f_{uv}^0(P) + \sum_{P \in P_{uv}^s : e \in P} f_{uv}^s(P) \right) \leq y_e$$

Mathematical Model

$$\min \sum_{e \in E} \sum_{t=1}^{T_e} k_e^t x_e^t$$

$$x_e^t \in \{0,1\} \quad e \in E, t = 1, \dots, T_e$$

$$x_e^{t-1} \geq x_e^t \quad e \in E, t = 1, \dots, T_e$$

$$y_e = \sum_{t=0}^{T_e} c_e^t x_e^t \quad e \in E$$

$$y_e \geq \sum_{uv \in D} \sum_{P \in P_{uv}^0: e \in P} f_{uv}^0(P) \quad e \in E$$

$$d_{uv} = \sum_{P \in P_{uv}^0} f_{uv}^0(P) \quad uv \in D$$

$$f_{uv}^s(P) \geq 0 \quad s \in S, uv \in D_s, P \in P_{uv}^s$$

✓ topology decision

✓ capacity decisions

✓ normal operation routing

✓ component failure routing

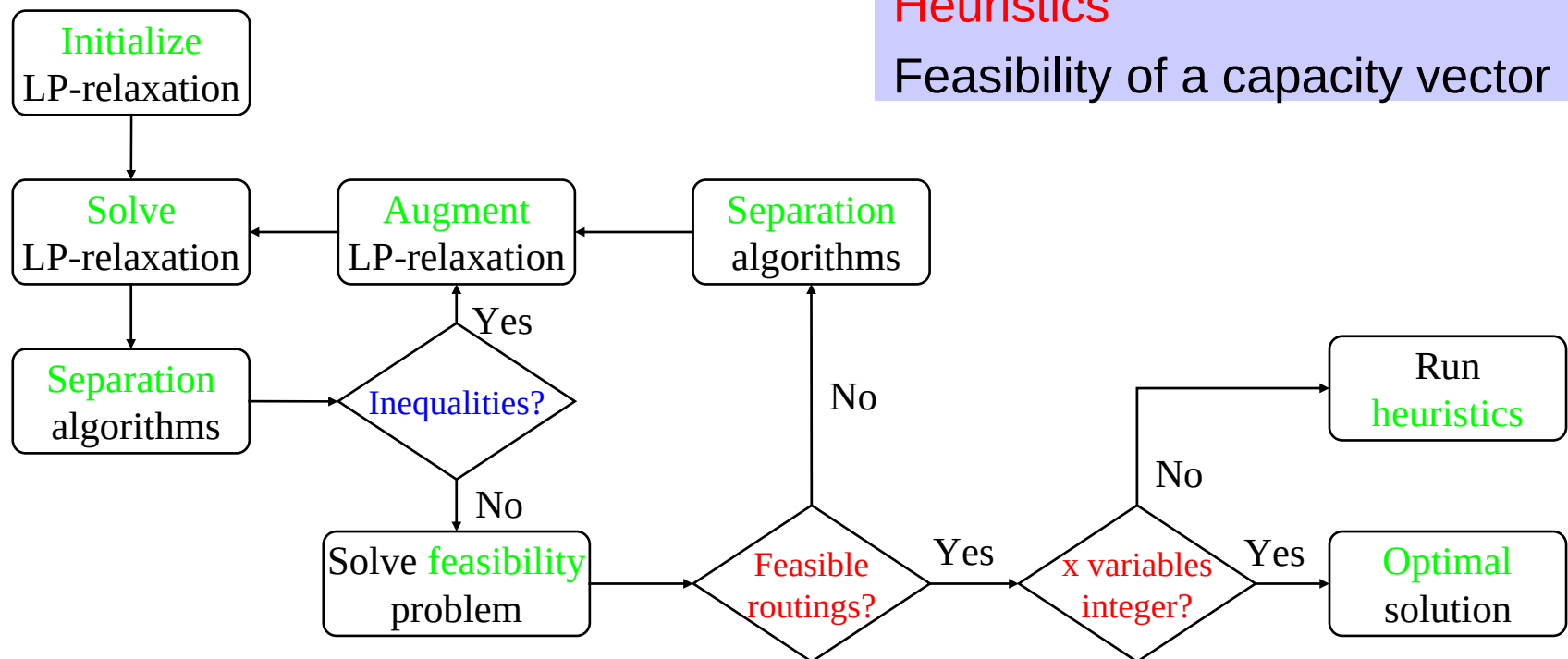
$$\sum_{P \in P_{uv}^s \cap P_{uv}^0} f_{uv}^0(P) + \sum_{P \in P_{uv}^s: e \in P} f_{uv}^s(P) \geq \sigma_{uv} d_{uv} \quad s \in S, uv \in D_s$$

$$\sum_{uv \in D_s} \left(\sum_{P \in P_{uv}^s \cap P_{uv}^0: e \in P} f_{uv}^0(P) + \sum_{P \in P_{uv}^s: e \in P} f_{uv}^s(P) \right) \leq y_e \quad s \in S, e \in E_s$$

Flow chart

LP-based approach:

Polyhedral combinatorics
Valid inequalities (facets)
Separation algorithms
Heuristics
Feasibility of a capacity vector



Finding a Feasible Solution?

Heuristics

- Local search
- Simulated Annealing
- Genetic algorithms
- ...

Manipulation of

- Routings
- Topology
- Capacities

Problem Sizes

Nodes	Edges	Demands	Routing-Paths
15	46	78	> 150 x 10e6
36	107	79	> 500 x 10e9
36	123	123	> 2 x 10e12

How much to save?

Real scenario

- 163 nodes
- 227 edges
- 561 demands

PhD Thesis:

<http://www.zib.de/wessaely>

wessaely@atesio.de



34% potential savings!

==

> hundred million dollars

05M2 Lecture

Telecommunication Network Design

The End



Martin Grötschel

- Institut für Mathematik, Technische Universität Berlin (TUB)
- DFG-Forschungszentrum "Mathematik für Schlüsseltechnologien" (MATHEON)
- Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin (ZIB)

groetschel@zib.de

<http://www.zib.de/groetschel>